

# Students' Errors and Misunderstanding towards Algebra: Pre-Service Mathematics Teachers' Prediction Skills of Error and Misunderstanding and Solution Suggestions

Yüksel DEDE\*

Murat PEKER\*\*

**ABSTRACT:** The purpose of this study was to investigate the pre-service mathematics teachers' prediction skills about what might be 7th and 8th grade middle school students' errors and misunderstandings on algebraic expressions and operations as well as solution suggestions about how these difficulties might be overcome. There were ninety nine middle school students and one hundred twenty pre-service elementary and secondary mathematics teachers involved in this study. Data gathered from a test consist of 10 open-ended questions. Descriptive statistics were used to determine the research questions and it is done using frequency and percentage.

**Key Words:** Errors and misunderstanding towards algebra, prediction of error and misunderstanding, solution suggestions

## SUMMARY

**Purpose and Significance:** Algebra is one of the most important fields in mathematics. However, it has been documented that students who were in different level of understandings had difficulties in algebraic concepts. Reasons for that might be content, teaching, or learning of algebra. To overcome these difficulties, mathematics teachers particularly need to have prediction skills about what might be the students' errors and misunderstandings on algebraic expressions and operations. This is consistent with the studies on pre-service mathematics teachers. Therefore, the present study has investigated pre-service mathematics teachers' prediction skills about what might be 7th and 8th grade middle school students' errors and misunderstandings on algebraic expressions and operations as well as solution suggestions about how these difficulties might be overcome.

**Methods:** The subjects were included ninety nine middle school students (56 seventh grades, and 43 eighth grades) and one hundred twenty pre-service elementary and secondary mathematics teachers (55 secondary pre-service mathematics teachers, and 65 elementary pre-service mathematics teachers). Data gathered from a test consist of 10 open-ended questions. A time limit of 50 min has been given to every two group in order to respond to it. In this study, descriptive statistics were used to determine the research questions and it is done using frequency and percentage.

**Discussion & Conclusion:** The findings of the study showed that primary school students had errors and misunderstandings on algebraic expressions and operations. This result is consistent with the works done by previous researchers (Herscovics and Linchevski, 1994; Kieran, 1996; Macgregor and Stacey, 1997a, Macgregor and Stacey, 1997b; Brizuela, Carraher and Schlieman, 2000). Pre-service teachers' responses were also gathered in three main categories. These categories include prediction skills about what might be students' errors and misunderstandings on algebraic expressions and operations such as coincident, unforeseen responses, and no prediction responses. This result had also shown parallelism with reported data by Wanjala and Orton (1996). The following suggestions could be made in the light of the present study: 1) The placement of mathematical concepts teaching and especially algebraic concepts teaching in the curriculum and lessons of pre-service mathematics teachers can increase effectiveness of their further teaching. 2. These type studies may be made for different mathematical concepts in primary and secondary school curriculum. 3. These type studies may be made for present mathematics teachers. So, differences and similarities should be determined if we want to understand and compare both present mathematics teachers' and pre-service mathematics teachers' prediction skills about what might be students' errors and misunderstandings on different mathematics topics.

\* Assist. Prof. Dr., Yüksel DEDE, Cumhuriyet University, [ydede@cumhuriyet.edu.tr](mailto:ydede@cumhuriyet.edu.tr)

\*\* Assist. Prof. Dr., Murat PEKER, Afyon Kocatepe University, [peker@aku.edu.tr](mailto:peker@aku.edu.tr)

# Öğrencilerin Cebire Yönelik Hata ve Yanlış Anlamaları: Matematik Öğretmen Adayları'nın Bunları Tahmin Becerileri ve Çözüm Önerileri

Yüksel DEDE\*

Murat PEKER\*\*

**ÖZ.** Cebir, matematiğin en önemli alanlarından birisidir. Ancak, farklı düzeylerdeki öğrencilerin cebirsel kavramları anlamada bazı sıkıntılarının olduğu bilinmektedir. Bu zorlukların nedeni olarak, cebirin içeriği, öğrenimi ve öğretimindeki eksiklikler gösterilebilir. Özellikle cebirin öğretiminden kaynaklanan eksikliklerin giderilebilmesi için matematik öğretmenlerinin, öncelikle öğrencilerin cebirsel işlem ve ifadelerde yapabilecekleri hata ve yanlış anlamaları tahmin edebilme becerisine sahip olmaları gerekmektedir. Aynı durum, matematik öğretmen adayları için de geçerlidir. Bunun için bu çalışmada, matematik öğretmen adaylarının, ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel işlem ve ifadelerle yönelik yapabilecekleri hata ve yanlış anlamaları tahmin edebilme becerileri ve bunların giderilmesine yönelik çözüm önerileri belirlenmeye çalışılmıştır. Verilerin analizi sonucunda, öğrencilerin cebirsel işlem ve ifadelerle yönelik hata ve yanlış anlamalarının olduğu ve öğretmen adaylarının, öğrencilerin yaptıkları hata ve yanlış anlamaları tahmin etmeye yönelik cevaplarının ise eşleme, görünmeyen cevap ve tahmin edememe şeklinde üç ana kategoride toplandığı belirlenmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Cebir'e yönelik hata ve yanlış anlamalar, hata ve yanlış anlamaların tahmini, çözüm önerileri

## Giriş

Cebir, matematiğin en önemli alanlarından birisidir. Cebir, örüntülerin, kuralların ve sembollerin bir dilidir (O'Bannon, Reed ve Jones, 2002). Bazı araştırmacılar için cebir, ileri matematik derslerinin anlaşılması ve bir çok kariyerli iş imkanına sahip olunması için kapı açıcı konumunda görülmektedir (Choike, 2000; Drier, 1996; Lacampagne, 1995; Maccini ve Hughes, 2000; Williams, 1997). Ancak, farklı düzeylerdeki öğrencilerin cebirsel kavramları anlamada bazı sıkıntılarının olduğu bilinmektedir (Herscovics ve Linchevski, 1994; Kieran, 1996; Macgregor ve Stacey, 1997a, Macgregor ve Stacey, 1997b; Brizuela, Carraher ve Schlieman, 2000). Bu zorlukların nedeni olarak ise cebirin içeriği, öğrenimi ve öğretimindeki eksiklikler gösterilmektedir (Kieran, 1992). Özellikle, cebirin öğretiminden kaynaklanan eksikliklerin giderilebilmesi için matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının, öncelikle öğrencilerin cebirsel işlem ve ifadelerde yapabilecekleri hata ve yanlış anlamaları tahmin edebilme becerisine sahip olmaları gerekmektedir. Wanjala ve Orton (1996) tarafından yapılan araştırmanın sonuçları, öğretmenlerin öğrencilerin yapabilecekleri muhtemel hataların farkında olduklarını göstermekte, ancak öğretmenlerin çoğunun temel bilgi eksiklerinin olduğuna işaret etmektedir. Baki (1998) tarafından yapılan çalışmada da, öğrencilerin cebirsel işlemlere yönelik yapabilecekleri hataları tahmin etmede kıdemli öğretmenlerin az kıdemli öğretmenlere göre daha fazla neden gösterdikleri belirlenmiştir. Yine, Ardahan ve Ersoy (1998) tarafından yapılan bir çalışmada da, öğretmenlerin yanlışlarının, öğrenci yanlışlarını önemli ölçüde etkilediği tespit edilmiştir. Bu nedenle, matematik öğretmenlerinin alan ve alan eğitimi açısından kendilerini yetiştirmeleri önem arz etmektedir. Benzer şekilde, matematik öğretmen adaylarının da kendilerini yetiştirmeleri, öğrencilerin cebirsel işlem ve ifadelerde yapabilecekleri hata ve yanlış anlamaları tahmin edebilme becerisine sahip olmaları gerekmektedir. Çünkü öğretmen adayları öğretimlerini bilgileri kadar zenginleştirebilir ve öğrencilerinin öğrenmelerini de o oranda arttırabilirler (Cai ve Hwang, 2002; Even, 1998; Wilson, 1994). Bunun için bu çalışmada, matematik öğretmen adaylarının, ilköğretim 7. ve 8.

\* Yrd. Doç. Dr., Yüksel DEDE, Cumhuriyet Üniversitesi, ydede@cumhuriyet.edu.tr

\*\* Yrd. Doç. Dr., Murat PEKER, Afyon Kocatepe Üniversitesi, peker@aku.edu.tr

sınıf öğrencilerinin cebirsel işlem ve ifadelerle yönelik yapabilecekleri hata ve yanlış anlamaları tahmin edebilme becerileri ve bunların giderilmesine yönelik çözüm önerileri belirlenmeye çalışılmıştır. Bu bağlamda aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

1. İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel işlem ve ifadelerle yönelik hata ve yanlış anlamaları nelerdir?
2. Matematik öğretmen adaylarının, ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel işlem ve ifadelerle yönelik yaptıkları hata ve yanlış anlamaları tahmin etme becerileri nasıldır?
3. Matematik öğretmen adaylarının, ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel işlem ve ifadelerle yönelik yaptıkları hata ve yanlış anlamalarının giderilmesine yönelik çözüm önerileri nelerdir?

## YÖNTEM

### *Çalışma Grubu*

Araştırma, matematik öğretmen adayları ve Sivas il merkezindeki ilköğretim okullarında okuyan 7. ve 8. sınıf öğrencilerinden oluşan iki çalışma grubu üzerinde yapılmıştır. İlk çalışma grubu, Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği'nin (İMÖ) son sınıfında okuyan 65 ve Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği'nin (OMÖ) son sınıfında okuyan 55 olmak üzere toplam 120 matematik öğretmen adayından oluşmuştur. İkinci çalışma grubu ise Sivas il merkezinde bulunan iki ilköğretim okulunda okuyan 56, 7. sınıf ve 43, 8. sınıf öğrencisi olmak üzere toplam 99 ilköğretim öğrencisinden oluşmuştur.

### *Veri Toplama Araçları*

Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamalarını belirlemek üzere, araştırmacılar tarafından hepsi açık-uçlu tipte 10 sorudan oluşan bir test hazırlanmıştır. Testin geçerliği için matematik öğretiminde deneyimli iki uzmanın görüşleri yeterli görülmüştür. Bu test, ilk önce örnekleme bahsedilen ilköğretim öğrencilerine uygulanmıştır. Daha sonra da matematik öğretmeni adaylarına, ilköğretim öğrencilerinin testte verilen soruların çözümüne yönelik yapabilecekleri hata ve yanlış anlamaları tahmin etmeleri ve bunların giderilmesine yönelik çözüm önerileri getirmeleri için uygulanmıştır. Testte bulunan sorulardan bazıları Tablo 1'de verilmiştir:

**Tablo 1.** *Cebir Testi'nde Kullanılan Soru Örnekleri*

Soru No	Soru Metni
1	$4 + 5x + 2x$ ifadesini en sade şekilde yazınız.
3	Ali'nin boyu $a$ cm, Birol'un boyu da $b$ cm olsun. Birol, Ali'den 8 cm daha kısadır. Bu ifadeye uygun bir denklem yazınız.
4	$2x$ ve $x + 2$ ifadelerinden hangisi daha büyüktür? Cevabınızı açıklayınız.
7	$k + 3 = 7$ denkleminde $k$ nedir?
9	Bir sayı tutunuz. Bu sayıyı 7 ile çarpınız, bulduğunuz sayıdan 4 çıkarınız ve elde ettiğiniz sonucu 2 ye bölünüz. Bulduğunuz sonuç, tuttuğunuz sayının 2 katı olduğuna göre tuttuğunuz sayı nedir?

### ***Veri Toplama Süreci***

10 maddelik “Cebir’e yönelik hata ve yanlış anlamaları belirleme testi”, Sivas il merkezinde bulunan iki ilköğretim okulunda okuyan toplam 99 tane 7. ve 8. sınıf öğrencisine 50 dakika süre verilerek uygulanmıştır. Aynı test, 2003-2004 eğitim-öğretim yılında Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Fakültesi İMÖ ve OMÖ anabilim dallarının son sınıfında okuyan toplam 120 matematik öğretmen adayına yeniden düzenlendikten sonra 50 dakika süre vererek uygulanmıştır., Öğretmen adaylarına yapılan uygulamada testte verilen soruların çözümünde ilköğretim 7. ve 8. sınıfta okuyan öğrencilerin tahmini ne tür hata ve yanlış anlamalar yapabileceklerini yazmaları istenmiştir.

### ***Verilerin Analizi***

İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerin testte bulunan soruların her birisine yönelik yaptıkları hata ve yanlış anlamalar belirlenmiş, frekans ve yüzde değerleri hesaplanmıştır. Benzer şekilde, öğretmen adaylarının da testteki her bir soruya yönelik ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin yapmasını bekledikleri hata ve yanlış anlamalara yönelik tahminleri belirlenmiş, frekans ve yüzde değerleri hesaplanmıştır. Ayrıca; öğretmen adaylarının ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel işlem ve ifadelere yönelik yapmasını bekledikleri hata ve yanlış anlamaların giderilmesine yönelik çözüm önerileri de tespit edilmiştir.

## **BULGULAR ve YORUM**

Bu bölümde soruların tamamının analizinin oldukça geniş yer kaplayacağı düşünülerek, sorulardan sadece bir kısmının analizi yapılmıştır. Bu sorular içinden rastgele seçim yapılarak 1, 3, 7 ve 9 numaralı soruların analizi üzerinde durulmuştur.

**Soru 1.**  $4 + 5x + 2x$  ifadesini en sade şekilde yazınız.

1. soru için öğrencilerin yaptıkları hata ve yanlış anlamalar ile bunları tahmin eden öğretmen adaylarının frekans dağılımları aşağıda tablo 2’de verilmiştir.

**Tablo 2.** 1. soru için yapılan ve öngörülen hata ve yanlış anlamaların frekans tablosu

No	Tahmin Edilen Hata ve Yanlış Anlamalar	Öğrencilerin Cevaplarının Dağılımı				Hata ve yanlış anlamayı tahmin eden öğretmen adayı sayısı	
		7. sınıf		8. sınıf		İMÖ	OMÖ
		Boş	Doğru	Boş	Doğru		
		10 (% 17,9)	26 (%46,4)	9 (%20,9)	24 (%55,8)		
		Diğer Cevaplar	Diğer Cevaplar				
1	$11x$	6 (%10,7)	6 (%14,0)	30 (% 46,1)	17 (%30,9)		
2	$4 + 10x$	-	-	2 (%3,0)	1 (%1,8)		
3	11	1 (%1,8)	2 (%4,7)	7 (%10,7)	4 (%7,2)		
4	$\dots = 0$	7 (12,5)	1 (%2,3)	6 (%9,2)	1 (%1,8)		
5	$(4 + 5 + 2)x$	-	-	3 (%4,6)	-		
6	$4 + 3x$	4 (7,1)	-	2 (%3,07)	1 (%1,8)		
7	$4 - 6x$	-	-	1 (%1,5)	-		
8	4	-	-	1 (%1,5)	4 (%7,2)		
9	$9 + 2x$	-	-	1 (%1,5)	4 (%7,2)		
10	$x = 1$	-	-	-	1 (%1,8)		
11	$x$ çarpma işareti	-	-	1 (%1,5)	1 (%1,8)		
12	$\frac{7x}{4} + 1$	-	-	-	1 (%1,8)		
13	$11 + x$	-	-	2 (%3,0)	1 (%1,8)		
14	$4 + 8x$	-	-	-	1 (%1,8)		
15	$2 + 6x$	-	-	-	1 (%1,8)		
16	$5x + 2x + 4$	-	1 (%2,3)	2 (%3,0)	-		
17	$7x$	-	-	1 (%1,5)	-		

Tablo 2’den görüldüğü gibi, İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin % 46,4’ü bu soruyu doğru olarak cevaplarırken 10 (%17,9) öğrenci soruyu cevaplamamıştır. İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinden ise %55,8’i bu soruyu doğru olarak cevaplarırken, 9 (% 20,9) öğrenci ise soruyu cevaplamamıştır. Tablo 2’ye göre, 1, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17 numaralı

ifadeler yanlış anlama, 2, 6, 7 ve 14 numaralı ifadeler işlem hatası olarak kabul edilmiştir. Bunlardan 1, 3, 4 ve 16 numaralı yanlış anlama ifadeleri ile 6 numaralı işlem hatası olan ifade ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencileri tarafından çeşitli dağılımlarda yapılmış ve bunları da öğretmen adaylarından bazıları tahmin etmiştir. 5, 15 ve 17 numaralı yanlış anlama ifadeleri ile 2, 7 numaralı işlem hatası olan ifadeler ise öğretmen adayları tarafından tahmin edilmiş fakat ilköğretim öğrencileri tarafından yapılmamıştır. Yine Tablo 2'den öğretmen adaylarının, öğrencilerin bu soruya en fazla  $11x$  cevabını yazacaklarını düşündükleri görülmektedir. Bu yanlış anlama çeşidini, İMÖ öğrencilerinin 30'u (%46,1), OMÖ öğrencilerinin ise 17'si (%30,9) tahmin etmiştir. Aynı yanlış anlama; 7. sınıf öğrencilerinin %10,7'si, 8. sınıf öğrencilerinin ise %14'ü tarafından en fazla yapılan yanlış anlamadır. 2 öğrencinin yaptığı,  $\frac{5x + 2 + 4}{3}$  şeklindeki yanlış anlamayı ise öğretmen adaylarının hiç birisi tahmin edememiştir.

Öğretmen adaylarının tahmin ettikleri işlem hataları içinde sadece  $4 + 3x$  öğrenciler tarafından yapılmıştır. Bu hatayı da 7. sınıflardan 4 öğrenci yapmıştır. Bu tahmini, ilköğretim matematik öğretmen adaylarından 2, ortaöğretim matematik öğretmen adaylarından 1 kişi tahmin edebilmiştir.

Bu soruda, her iki bölümdeki öğretmen adaylarının da genellikle tek türlü hata ve yanlış anlama tahmininde bulunduğu görülmüştür. Sadece, İMÖ öğrencilerinden 6 tanesi 2'şer, 1 tanesi de 3'er hata ve yanlış anlama tahmininde bulunurken, OMÖ öğrencilerinden ise sadece 2 öğrencinin 2 hata ve yanlış anlama tahmininde bulunduğu belirlenmiştir. Ayrıca, İMÖ öğrencilerinden 14 (%21,5) tanesi OMÖ öğrencilerinden ise 19 (%34,5) tanesi herhangi bir hata ve yanlış anlama tahmininde bulunamamıştır.

Öğretmen adaylarının, öğrencilerin yapmasını bekledikleri hata ve yanlış anlamaları gidermek için yaptıkları çözüm önerilerinde ise genellikle başarısız oldukları görülmüştür. Öğretmen adaylarının çoğu, herhangi bir çözüm önerisinde bulunamamışlardır. Öğretmen adaylarının çözüm önerilerinden bazıları ise sayıları ile birlikte aşağıda verilmiştir:

\*  $11x$  şeklinde yazabilir. Bunu ortadan kaldırmak için  $4(1) + 5x + 2x$  şeklinde 4'ün yanında yazılmayan bir (1) olduğundan bahsedip katsayılar göre (cinsine göre) toplamayı yapacağımızı ayrıntılı olarak anlatabiliriz (2).

\* ... hatanın giderilmesi konusunda “ bilinmeyen ve bilinen ifadeleri somutlaştırarak “x’li terimi benzetme yaparak bir elma yani;  $elma = x$ .  $4 + 5 elma + 2 elma = 4 + 7 elma = 4 + 7x$  (11).

\* ... bilinen ve bilinmeyenlerin sadece toplanabileceğini söyleyebiliriz.  $x$ 'in ne anlam ifade ettiğini belirtmek gerekir (7).

**Soru 3.** Ali'nin boyu  $a$  cm, Birol'un boyu da  $b$  cm olsun. Birol, Ali'den 8 cm daha kısadır. Bu ifadeye uygun bir denklem yazınız.

3. soru için öğrencilerin yaptıkları yanlış anlamalar ile bunları tahmin eden öğretmen adaylarının frekans dağılımları aşağıda tablo 3'te verilmiştir:

**Tablo 3.** 3. soru için yapılan ve öngörülen yanlış anlamaların frekans tablosu

No	Tahmin Edilen Yanlış Anlamalar	Öğrencilerin Cevaplarının Dağılımı				Yanlış anlamayı tahmin eden öğretmen adayı sayısı	
		7. sınıf		8. sınıf		İMÖ	OMÖ
		Boş	Doğru	Boş	Doğru		
		11 (%19,6)	12 (%21,4)	5 (%11,6)	22 (%51,2)		
		Diğer Cevaplar		Diğer Cevaplar			
1	$a + 8 = b$	-	-	18 (%27,6)	17 (%30,9)		
2	$b - 8$	-	1 (%2,3)	1 (%1,5)	-		
3	$a = b - 8$	11 (%19,6)	-	15 (%23,0)	13 (%23,6)		
4	$a + 8 + b$	2 (%3,6)	-	1 (%1,5)	-		
5	Sayısal değer verme	6 (%10,7)	2 (%4,7)	1 (%1,5)	-		
6	$a > b$	-	-	1 (%1,5)	-		
7	$a + b = 8$	-	1 (%2,3)	-	1 (%1,8)		
8	$a + b = -8$	-	-	1 (%1,5)	-		
9	$a = 8b$	1 (%1,8)	1 (%2,3)	1 (%1,5)	-		

Tablo 3'ten görüldüğü gibi, İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 12 (%21,4) tanesi bu soruyu doğru olarak cevaplarırken 11 (%19,6) öğrenci ise soruyu cevaplamamıştır. İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinden ise 22 (%51,2) tanesi bu soruyu doğru olarak cevaplarırken 5 (%11,6) öğrenci ise soruyu cevaplamamıştır. Tablo 3'e göre öğrenciler ve öğretmen adayları tarafından belirtilen bütün ifadeler yanlış anlama olarak değerlendirilmiştir. Bunlardan 2, 3, 4, 5, 7 ve 9 numaralı yanlış anlamalar, ilköğretim öğrencileri tarafından çeşitli dağılımlarda yapılmış ve bunları da öğretmen adaylarından bazıları tahmin etmiştir. 1 ve 6 numaralı yanlış anlamalar ise öğretmen adayları tarafından tahmin edilmiş fakat ilköğretim öğrencileri tarafından yapılmamıştır. Özellikle, 1 ve 3 numaralı yanlış anlama çeşidi, öğretmen adaylarının en fazla yoğunlaştığı yanlış anlama çeşitleri olmasına rağmen ilköğretim öğrencilerinin hiç birisi tarafından yapılmamıştır. Ayrıca, İMÖ öğrencilerinden 17'si (%26,1), OMÖ öğrencilerinden ise 11'i (%20,0) herhangi bir hata ve yanlış anlama tahmininde bulunamamıştır. Bunun yanında, İMÖ öğrencilerinden 8'i (%12,3), OMÖ öğrencilerinden ise 12'si (%21,8) bir hata ve yanlış anlama tahmini yazmak yerine sadece sorunun doğru cevabını yazmakla yetinmiştir. İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin yapıp öğretmen adaylarının tahmin edemediği yanlış anlamalar ise Tablo 4'te verilmiştir:

**Tablo 4 . 3 .Soruda öğrencilerin yaptığı ancak öğretmen adaylarının tahmin edemediği yanlış anlamaların frekans tablosu**

No	Yanlış Anlama Çeşitleri	f (%)	
		7. Sınıf	8. Sınıf
1	$a + 8 = b - 8$	2 (3,6)	-
2	$a - 8 = a$	1 (1,8)	-
3	$a + 8b - 8$	1 (1,8)	-
4	$a = b = x - 8$	1 (1,8)	2 (4,7)
5	$Ali = x$ $Biol = x - 8$ $x(x - 8)$	8 (14,2)	6 (14,0)
6	$a + b - a.8$	-	1 (2,3)
7	$\frac{b}{a} - 5$	-	1 (2,3)
8	Dikdörtgen çizme	-	1 (2,3)

Tablo 4'ten de görüleceği üzere, öğretmen adaylarının tahmin edemediği ancak öğrencilerin yaptığı en fazla yanlış anlama 5 numaralı yanlış anlamadır. Burada, Ali'nin boyu  $a$  cm, Biol'un boyu da  $b$  cm olarak verilmesine ve buna uygun bir denklem yazılması istenmesine rağmen öğrencilerin istenilen denklemi  $x$  harfi kullanarak kurmaya çalıştıkları görülmektedir. Bu veriler, Dede (2004) tarafından yapılan araştırmanın sonuçlarıyla da paralellik göstermektedir. Öğrencilerin  $a$  ve  $b$  sembollerini kullanma yerine  $x$  sembolünü kullanmalarının en önemli nedeninin, öğretmenlerin bilinmeyen yerine genellikle  $x$  sembolünü kullanmalarının olduğu düşünülmektedir. Öğretmenlerin ders sunumları sırasında tek tip örnekler üzerinde durmaları ve tek tip sembollerini kullanmaları sonucunda öğrencilerin de bu tür sorularda ezbere bildikleri sembollerini kullandıkları görüşü öne çıkmaktadır. Bunu engellemek için öğrencilere mümkün olduğu kadar kendi ifadelerini kullanmaları için izin verilmesi gerektiği düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının çoğu bu yanlış anlamaların giderilmesine yönelik yeterli düzeyde çözüm önerisinde bulunmamıştır. Bu çözüm önerilerinden bazıları ise sayıları ile birlikte aşağıda verilmiştir:

\* Kimin kısa olduğunu sorarım. Kısa ve uzun iki çöp adamı çizip, kısa olanın altına Biol'u yazarım. Uzun olanın altına Ali'yi yazıp, boy farkının kime eklenip çıkartılacağını açıklarım (5).

\* Çocukların en zorlandıkları kısımlar metinsel ifadeleri matematik diline çevirmek. Burada büyük ihtimalle öğrencilerin büyük kısmı  $b = a + 8$  olduğunu göremeyeceklerdir. Bu hatanın giderilmesi için çok sayıda soru çözülmelidir (1).

\* ... Eşitlik kavramının öğretilmesi böylelikle eşit olmayan ifadelerle ekleme ve çıkarma ile eşitliğin sağlanacağı öğretilmeli (1).



\* 2 öğrenciyi kaldırarak karşılaştırma yaparak birisine şu kadar eklersek diğerini bulabiliriz (2).

**Soru 7.**  $k + 3 = 7$  denkleminde  $k$  nedir?

7. soru için öğrencilerin yaptıkları hatalar ile bunları tahmin eden öğretmen adaylarının sayısı Tablo 5'te verilmiştir:

**Tablo 5.** 7. soru için yapılan ve öngörülen hataların frekans tablosu

No	Tahmin Edilen Hatalar	Öğrencilerin Cevaplarının Dağılımı				Hatayı tahmin eden öğretmen aday sayısı	
		7. sınıf		8. sınıf		İMÖ	OMÖ
		Boş	Doğru	Boş	Doğru		
		1 (%1,8)	48 (%85,7)	8 (%18,6)	30 (69,8)		
		Diğer Cevaplar		Diğer Cevaplar			
1	$k = 10$		3 (%5,4)	-		42 (%64,6)	38 (%69,0)
2	$k = 7$		-	-		1 (%1,5)	-
3	$k + 3 + 7 = 0$		-	-		1 (%1,5)	-
4	$k = \frac{7}{3}$		-	-		2 (%3,0)	2 (%3,6)
5	$k = -4$		-	-		7 (%10,7)	3 (%5,4)
6	$\frac{k+3}{3} = \frac{7}{3}$		-	-		1 (%1,5)	-
7	$k = 1$ olarak alır		-	-		-	1 (%1,8)
8	$k = 73$		-	-		-	1 (%1,8)
9	$k = \frac{7}{4}$		3 (%5,4)	-		-	1 (%1,8)
10	$k + 3 = 0$		-	-		1 (%1,5)	-

İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin %85,7' si bu soruyu doğru olarak cevaplarırken sadece 1 öğrenci soruyu cevaplamamıştır. İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinden ise %69,8'i bu soruyu doğru olarak cevaplarırken 8 (%18,6) öğrenci ise soruyu cevaplamamıştır. Genelde, 7. ve 8. sınıf öğrencileri bu soruyu doğru olarak cevaplamıştır. Ayrıca, bu verilere göre 7. sınıf öğrencilerinin 8 .sınıf öğrencilerine göre doğru cevap yüzdesi olarak daha başarılı oldukları görülmektedir.

Bu soruda, her iki bölümdeki öğretmen adaylarının da genellikle tek türlü hata tahmininde buldukları belirlenmiştir. Sadece, İMÖ öğrencilerinden 5 tanesi 2'şer hata tahmininde bulunurken, OMÖ öğrencilerinden ise sadece 3 öğrencinin 2, 1 öğrencinin 3 hata tahmininde

bulunduğu görülmüştür. Ayrıca, İMÖ öğrencilerinden 15'i (%23,0), OMÖ öğrencilerinden ise 11'i (%20,0) herhangi bir hata tahmininde bulunamamıştır.

Yine Tablo 5'ten görüldüğü gibi,  $k = 10$  cevabı her iki gruptaki öğretmen adayları tarafından en fazla beklenen hata çeşidi olmasına rağmen, 7. sınıf öğrencilerinden sadece 3 öğrenci (ancak bu hatayı yapanların tamamı olduğuna da dikkat edilmelidir) bu hatayı yaparken, 8. sınıf öğrencilerinden ise hiçbir öğrenci bu hatayı yapmamıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının, öğrencilerin yapmasını bekledikleri hatalardan hiç birisini, 8.sınıf öğrencilerinin yapmadığı da görülmektedir.

Öğrencilerin yaptığı ancak öğretmen adaylarının tahmin edemediği hatalar ve bunların frekans dağılımları ise aşağıdaki Tablo 6 da verilmiştir:

**Tablo 6.** 7. Soruda öğrencilerin yaptıkları ancak öğretmen adaylarının tahmin edemediği hataların frekans tablosu

No	Hata Çeşitleri	f (%)	
		7. Sınıf	8. Sınıf
1	$k = 5$	-	2 (%4,7)
2	$\dots\dots \frac{3k}{3} = \frac{10}{3} = 3,3$		3 (%7,0)
3	$k + 3 = 7$ $+ 3 - 7 = k$ $\frac{4}{4} = \frac{1k}{4}, \frac{1}{4} = 4$	1 (%1,8)	

Tablo 6'ya göre, öğrencilerin yaptığı fakat öğretmen adaylarının tahmin edemediği hataların fazla olmadığı görülmektedir. En fazla hata ise %7,0 ile 2 numaralı hata olarak göze çarpmaktadır.

Öğretmen adaylarının, bu soruda da öğrencilerin yapmasını bekledikleri hataları gidermek için yaptıkları çözüm önerilerinde genellikle başarısız oldukları görülmüştür. Öğretmen adaylarının çoğu, herhangi bir çözüm önerisinde bulunamamışlardır. Öğretmen adaylarının çözüm önerilerinden bazıları ise sayıları ile birlikte aşağıda verilmiştir:

\* ... Bu sorularda  $k$ 'nın maske takan suçlu bir kişi olduğunu söylerim. Onu bir tarafta suçlu olduğu için yalnız bırakırım sayının öbür taraflara atıldığını söylerim. Bu sorularda + ve - işaretine önem verilmeli (1).

\* ... Eşitliğin her iki tarafına sayılar geçirilirken işaret değiştirileceği anlatılmalı (14).

\* ... eşitliği bir kapı olarak düşündürüp kapıyı geçmek için işaretini feda etmesi gerektiği söylenebilir (1).

\* ... kalemli kullanarak bu soruyu onlara anlatabiliriz. 3 kalemimiz var. 7 tane olması için daha kaç tane daha olması gerekir (1).

**Soru 9.** Bir sayı tutunuz. Bu sayıyı 7 ile çarpınız, bulduğunuz sayıdan 4 çıkarınız ve elde ettiğiniz sonucu 2 ye bölünüz. Bulduğunuz sonuç, tuttuğunuz sayının 2 katı olduğuna göre tuttuğunuz sayı nedir?

9. soru için öğrencilerin yaptığı yanlış anlamalar ile bunları tahmin eden öğretmen adaylarının frekans dağılımları Tablo 7’de verilmiştir. Tablo 7’ye göre, ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin %33,9’u bu soruyu doğru olarak cevaplarken bu öğrencilerin % 8,9’u soruyu cevaplamamıştır. İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinden ise %23,3’ü bu soruyu doğru olarak cevaplarken, %18,6’sı ise soruyu cevaplamamıştır. Bu soruyu doğru olarak cevaplamada da, 7. sınıf öğrencilerinin 8. sınıf öğrencilerine göre daha başarılı olduğu görülmektedir.

**Tablo 7.** 9. soru için yapılan ve öngörülen yanlış anlamaların frekans tablosu

No	Tahmin Edilen Yanlış Anlamalar	Öğrencilerin Cevaplarının Dağılımı				Yanlış anlamayı tahmin eden öğretmen adayı sayısı	
		7. sınıf		8. sınıf		İMÖ	OMÖ
		Boş	Doğru	Boş	Doğru		
		5	19	8	10		
		(%8,9)	(%33,9)	(%18,6)	(%23,3)		
		Diğer Cevaplar		Diğer Cevaplar			
1	$7(x-4)$	1	-	1	1	(%1,5)	(%1,8)
2	$5.7 = 35 - 4 = 31$	22	22	15	21	(%23)	(%38,1)
3	$x.7 = \frac{4}{2} = x.7 + 2$	3	1	1	4	(%1,5)	(%7,2)
4	$2(7x - \frac{4}{2}) = x$	-	1	1	-	(%1,5)	-
5	$\frac{a.7-4}{2} = 2.a \Rightarrow \frac{a.3}{2} = 2.a$	6	1	4	1	(%6,1)	(%1,8)
6	Soru yanlış	-	-	2	1	(%3,0)	(%1,8)
7	$a \rightarrow 7a \rightarrow (7-4)a = \frac{3a}{2}.2 = a$	-	-	1	-	(%1,5)	-
8	$\frac{7x}{2} - 4 = 2x$	-	-	2	1	(%3,0)	(%1,8)
9	$a : 7 - \frac{4}{2} = (7a - 4).2$	-	-	2	-	(%3,0)	-
10	$7x + (x-4) + \frac{x}{2} = 2x$	-	-	1	-	(%1,5)	-

Bu soruda, her iki bölümdeki öğretmen adaylarının hepsi de tek türlü yanlış anlama tahmininde bulunmuşlardır. Ayrıca, İMÖ öğrencilerinin 34’ü (%52,3), OMÖ öğrencilerinin ise 25’i (%45,4) herhangi bir yanlış anlama tahmininde bulunamamıştır. Her iki anabilim dalındaki öğretmen adayları da, öğrencilerin en fazla 2 numaralı yanlış anlama çeşidini yapacaklarını tahmin

etmişlerdir. Gerçekten de, Tablo 6 dan da görüldüğü gibi, 7. sınıf öğrencilerinin %39,3'ü, 8. sınıf öğrencilerinin ise %51,2'si bu yanlış anlamayı yapmıştır.

Tablo 7 de gösterilen 1, 2, 3, 4 ve 5 numaralı yanlış anlamalar, öğrenciler tarafından çeşitli dağılımlarda yapılmış ve bunları da öğretmen adaylarından bazıları tahmin etmiştir. 6, 7, 8, 9 ve 10 numaralı yanlış anlamalar ise öğretmen adayları tarafından tahmin edilmiş fakat ilköğretim öğrencilerinin her iki grubu tarafından da yapılmamıştır. Öğrencilerin yaptığı fakat öğretmen adaylarının tahmin edemediği yanlış anlamalara ise rastlanmamıştır.

Bu soruda da, öğretmen adaylarının, öğrencilerin yapmasını bekledikleri yanlış anlamaları gidermek için aşağıda verilenler hariç herhangi bir çözüm önerisinde bulunmadıkları görülmüştür. Bu çözüm önerileri ise şunlardır:

\* ... Bunu ortadan kaldırmak için çarpma ve toplama arasındaki işlemlerin öncelik sırasının iyi anlatılması gerekir (1).

\* ... Bu konunun öğrenilmesinde “para hesapları” kullanılabilir. Çok güncel olduğu için 50 bin lira, 2'ye böl, 25 bin lira 2'ye böl şeklinde sayı ufaltılabilir (1).

\* Denklemin nasıl kurulduğu anlatılır gerekirse denklem kurma ve çözme konuları tekrar anlatılır (1).

## SONUÇ ve ÖNERİLER

Öğretmen adaylarının, öğrencilerin cebirsel işlem ve ifadelere yönelik hata ve yanlış anlamalarını tahmin edebilme becerilerini belirlemek üzere yapılan bu araştırmanın sonunda aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

1) Öğrencilerin cebirsel işlem ve ifadelere yönelik hata ve yanlış anlamaları vardır. Özellikle de, harfli ifadelerin kullanılmasının ve bunlar üzerinden işlemler yapılmasının gerektiği durumlarda bu hata ve yanlış anlamalar daha da artmaktadır (3. ve 9. soru).

2) Araştırmada detaylı şekilde incelenen sorulara bakıldığında, ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. ve 9. soruları doğru cevaplama yüzdeleri bakımından ilköğretim 8. sınıf öğrencilerine göre daha başarılı oldukları, 1. ve 3. sorularda ise durumun tersine döndüğü görülmektedir. 8. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf öğrencilerine göre, 7. ve 9. soruları daha az doğru cevaplamaları düşündürücüdür.

3) Öğretmen adaylarının, öğrencilerin cebirsel işlem ve ifadelere yönelik hata ve yanlış anlamalarını tahmin ederken genellikle tek türlü hata ve yanlış anlama tahmininde buldukları görülmüştür. Bu sonuç, bu araştırmanın giriş kısmında belirtilen Baki (1998) tarafından yapılan araştırma sonuçları ile paralellik göstermektedir. Matematik öğretmen adaylarının tahminlerinin ise Wanjala ve Orton (1996) tarafından yapılan araştırma sonuçları ile benzerlikler gösterdiği ve aşağıda belirtilen üç basamakta toplandığı belirlenmiştir:

*a) Eşleme:* Öğrencilerin yaptığı ve öğretmen adaylarının tahmin ettiği hata ve yanlış anlamalar. Örneğin; 1. soru için Tablo 1 de verilen 1, 3, 4 ve 16 numaralı yanlış anlamalar ile 6 numaralı işlem hatası.

*b) Sadece öğretmen adaylarının tahmin ettiği hata ve yanlış anlamalar (görülmeyen cevaplar):* Öğretmen adaylarının tahmin ettiği ancak öğrencilerin yapmadığı hata ve yanlış anlamalar bu kategoriye girmektedir. Örneğin; yine 1. soru için Tablo 1 de verilen 5, 15 ve 17 numaralı yanlış anlamalar ile 2 ve 7 numaralı işlem hataları.

c) *Sadece öğrencilerin yaptığı hata ve yanlış anlamalar (Tahmin edilemeyen cevaplar):* Öğretmen adaylarının tahmin etmediği ancak öğrencilerin yaptığı hata ve yanlış anlamalar bu kategoriye girmektedir. Örneğin, 3. soru için Tablo 3 de verilen 1 ve 8 numaralı yanlış anlamalar.

4) Genel olarak, İMÖ öğretmen adaylarının OMÖ öğretmen adaylarına göre, İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel işlem ve ifadelere yönelik yapabilecekleri (olası) hata ve yanlış anlamaları tahmin etmede daha başarılı oldukları görülmüştür.

5) Her iki anabilim dalındaki öğretmen adaylarının da, öğrencilerin cebirsel işlem ve ifadelere yönelik hata ve yanlış anlamalarının giderilmesine yönelik yeterli düzeyde çözüm önerisi getiremedikleri saptanmıştır. Hatta öğretmen adaylarının çoğunun herhangi bir çözüm önerisinde bile bulunmadıkları görülmüştür. Öğretmen adayları tarafından yapılan çözüm önerilerinin ise genellikle anlatıma dayalı öğretimi esas alan önerilerden oluştuğu belirlenmiştir. Hâlbuki matematik öğretiminin, yenilenen ilköğretim ve ortaöğretim matematik müfredatları (MEB, 2005a, 2005b) ile öğretmen-merkezli bir öğretim yerine öğrenci-merkezli bir öğretim merkeze alınarak yapılması amaçlanmıştır.

Etkili bir matematik öğretiminin gerçekleştiğinden söz edebilmek için, belirlenen kazanımların öğrenciler üzerinde görülmesi gerekir. Eğer belirlenen kazanımlar öğrenciler üzerinde görülemiyorsa, öğrenme-öğretme sürecinde bazı sorunların olduğu ortaya çıkar. Bu durum, iki nedenle açıklanabilir. Bunlardan birincisi, öğrenciden kaynaklanan sorunlar, ikincisi ise yapılan öğretimden kaynaklanan sorunlardır. Bu araştırmada, öğrenciden kaynaklanan sorunların bir kısmını oluşturan hata ve yanlış anlamalar üzerinde durulmuştur. Bu, her ne kadar öğrencilerden kaynaklanan bir sorun gibi görünse de, öğretmenler tarafından giderilmesi mümkündür. Eğer öğretmenler derste ne ile karşılaşabileceklerini bilirlerse, ders tasarımlarını ve sunumlarını buna göre hazırlayabilirler. Öğrencilerinin ne tür hata ve yanlış anlamalar yapabileceklerini tahmin edebilirse, derste olası yapılabilecek hata ve yanlış anlamalardan bahsedebilir ve öğrencilerini olası hata ve yanlış anlamalardan uzaklaştırabilir.

Matematik, günlük yaşantımız ile iç içe olan bir derstir. Bu durumu şöyle bir örnekle de açıklığa kavuşturabiliriz: Keskin bir dönemecin olduğu yolda aracınızla ilerliyorsanız ve bu dönemecin ne kadar keskin olduğundan haberiniz yoksa hıza göre kaza yapma riskiniz yüksektir. Eğer bu dönemec hakkında daha önceden bilgilendirilirsene, kaza yapma riskiniz çok az olacaktır. Örnekteki gibi, eğer öğrencilerinizi karşılaşılabilecekleri güçlüklerden haberdar ederseniz öğrencilerinizin hata yapma riskinin azalması beklenir. Öğretmenlerin daha önceden de benzer derslere girdikleri için öğrencilerinin yapabilecekleri olası hata ve yanlış anlamaları tespit ve tahmin etmeleri daha kolaydır. Ancak öğretmen adaylarının tahminleri; geçmiş yaşantılarında var olan hata ve yanlış anlamalar ile düşünme becerilerine dayalıdır. Öğretmen adaylarının bazı hata ve yanlış anlama tahminlerinin öğrenciler tarafından hiç yapılmamasının nedeni olarak bu durum gösterilebilir. Ayrıca öğrenciler tarafından yapılan ancak öğretmen adayları tarafından tahmin edilemeyen hata ve yanlış anlamalarda da öğretmen adaylarının bu konudaki deneyimlerinin eksik olmasının ayrı bir önemi vardır. Bu nedenle, öğretmen adaylarının fakülteden mezun olmadan önce gelecekte öğrencilerine yapacakları ders sunumu sırasında bu tür problemlerle karşılaşacaklarını bilmeleri kendilerini daha iyi yetiştirmeleri için bir fırsat olacaktır. Bu nedenle öğretmen adaylarının almış oldukları Özel Öğretim Yöntemleri I-II derslerinde bu hususların daha detaylı tartışılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir. Yukarıdaki sonuç ve tartışmalar ışığında aşağıdaki önerilerde bulunulabilir:

Özel Öğretim Yöntemleri I-II derslerinde, ilköğretim ve lise müfredatlarında bulunan konuların öğretimi ve konularla ilgili öğrencilerin hata ve yanlış anlamalarının belirlenmesine yönelik

çalışmalara yer verilmelidir. Bununla birlikte, ilköğretim matematik öğretmenliği programlarında seçmeli ders olarak, ilköğretim II. kademe matematik müfredat programındaki konularda, öğretmen adaylarının gerek alan bilgisi hususunda, gerekse alanla ilgili öğrencilerinde karşılaşılabilecekleri davranışlar hususunda eksikliklerini gidermek için farklı dersler açılabilir. Bu şekilde öğretmen adaylarının gelecekte olası öğretim yapacakları müfredat programındaki alan bilgileri tekrar gözden geçirilmiş olur.

İleri araştırmalar için, ilköğretim ve ortaöğretimdeki farklı kavramlar üzerinde bu tür araştırmalar yapılabilir. Bu şekilde öğrencilerin en fazla hata ve yanlış anlamalarının olduğu matematik konuları tespit edilmiş olur. Bu konuların öğretilmesi üzerinde daha detaylı çalışmalar yapılabilir. Ayrıca, mevcut öğretmenlerin tahminlerinin de dikkate alındığı çalışmalar yapılarak, öğrencilerin hata ve yanlış anlamaları ile öğretmen aday ve öğretmenlerin tahmin becerileri karşılaştırılabilir.

## KAYNAKÇA

- Ardahan, H. ve Ersoy, Y. (1998, Eylül). Yönlü Sayılarla İlgili Sözel Problemlerde Olası Yanılığlar ve Öğretmenlerin Tanıları. *III. Ulusal Fen Bilimleri eğitimi Sempozyumu*. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Baki, A. (1998; Eylül). Cebirle ilgili İşlem Yanılığlarının Deęerlendirilmesi. *III. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu*. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Brizuela, B.; Carraher, D. & Schliemann, A. (2000). Mathematical Notation to Support and Further Reasoning ("to help me think of something"). *Symposium Presentation NCTM Research Pre-session Meeting*, Chicago, II.
- Cai, J.& Hwang, S. (2002). Generalized and Generative Thinking in U.S. and Chinese Students' Mathematical Problem Solving and Problem Posing. *Journal of Mathematical Behavior*. 21(4), 401-421
- Choike, J. (2000). Teaching Strategies For Algebra For All. *Mathematics Teacher*. 93(7), 556-560.
- Dede, Y. (2004, Mayıs). Öğrencilerin Cebirsel Sözel Problemleri Denklem Olarak Yazarken Kullandıkları Stratejilerin Belirlenmesi. Matematik Etkinlikleri 2004, Matematik Sempozyumu ve Sergileri. Milli Kütüphane Konferans Salonu. Ankara.
- Drier, H. (1996). *The Teaching and Learning of Algebra for At-Risk Students: Identifying the "Best Practices"*, The University of Virginia, Research Brief No: Fall.
- Even, R. (1988; July). Pre-service Teachers Conceptions of the Relationships Between Functions and Equations. *PME XII.*, Hungary, 20-25.
- Herscovics, N. & Linchevski, L. (1994). Cognitive Gap Between Arithmetic and Algebra. *Educational Studies in Mathematics* 27, 59 - 78.
- Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (Ed. Grouws, D). Macmillan Library Reference, New York, 390-419.
- Kieran, C. (1996; July). The Changing Face of School Algebra. *7<sup>th</sup> International Congress On Mathematical Education*. Spain.
- Lacampagne, C. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assesment. (Eds. Lacampagne, C., Blair, W. and Kaput, J.). *The algebra initiative colloquium*. 2, 237-242:.
- Maccini, P. & Hughes, C. (2000). Effects of a Problem- Solving Strategy on the Introductory Algebra Performance of Secondary Students With Learning Disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*,. 15(1), 10-21.
- MacGregor, M. & Stacey, K. (1997a). Students' Understanding Of Algebraic Notation : 11-15. *Educational Studies in Mathematics* 33: 1-19.

- MacGregor, M. & Stacey, K. (1997b). Ideas About Symbolism That Students Bring To Algebra. *The Mathematics Teacher*, 90 (2), 110 -113.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2005a). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2005b). *Orta Öğretim Matematik (9,10,11 ve 12. Sınıflar) Dersi Öğretim Programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. Ankara.
- O'Bannon, F.G.; Reed, S.& Jones, S. (2002). *Indiana's Academic Standards. Grade 7 English/ Language Arts, Mathematics, Science, Social Studies*. Indiana State Dept. of Public Instruction, Indiana State Department of Education, Indianapolis, Indiana State Commission for Higher Education, Indianapolis.
- Wanjala, E.K. & Orton, A. (1996, July). Teachers' Knowledge of Pupils' Errors in Algebra. *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 20th, Valencia, Spain, 8-12, (4), 411-418.
- Williams, S. (1997, May). Algebra: What Students Can Learn. The Nature and Algebra in the K-14 Curriculum. *Proceedings of a National Symposium*, Washington.
- Wilson, M. R. (1994). One Preservice Secondary Teacher's Understanding of Function: The Impact of a Course Integrating Mathematical Content and Pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(4), 346-370.