Elementary Education Online, 6(2), 249-263, 2007.
İlköğretim Online, 6(2), 249-263, 2007. [Online]: http://ilkogretim-online.org.tr

Observations about fourth and fifth grade students' strategies to solve non-routine problems

Yeliz YAZGAN*

ABSTRACT. In this study, some of the student works and observations collected from an experimental study carried out with fourth and fifth graders under the scope of a project called *"Examination of Problem Solving Development of Elementary School Students"* project** were presented. Experimental study lasted 18 lessons and students were asked total of 41 problems related to strategies of *guess and check*, *draw a picture*, *look for a pattern*, *simplify the problem*, *make a systematic list* and *work backward*. By using written and verbal explanations, strategies that students put forth for these problems were revealed. Findings obtained from study shows that students can develop original strategies and they can build up positive attitude toward problem solving. Moreover, it was interesting to find out the similarity between answers of some of the students in this study and the answers reported in the book written by Herr and Johnson's (2002).

Key words: problem, problem solving, non-routine problem.

SUMMARY

Purpose and significance: The aim of this qualitative study is to present research-based observations to determine whether primary school fourth and fifth grade students can develop solution methods for non-routine problems, use these methods for similar problems. In addition to this, it is observed that whether engaging with non-routine problems can cause them to develop a positive attitude toward problem solving.

Method: 15 fifth and 13 fourth grade students participated in the study. Students solved 41 non-routine mathematics problems related to six non-routine problem-solving strategies (*guess and check*, *draw a picture*, *look for a pattern*, *simplify the problem*, *make a systematic list* and *work backward)* in 18 lessons. First, they tried to solve the problems themselves in groups and -in the last 5 lesson-individually. During this period, their ways of thinking were not intervened. Their reasoning was tried to be understood by asking questions about their writings and explanations. Then, a whole class discussion was conducted and the solutions were shared and discussed. All of their writings were collected after each problem; the author noted important verbal explanations.

Results: During the instruction, students were able to develop and use the strategies for non-routine problems. Students were able to put forth different strategies for only one problem and this situation showed their thinking processes' variety and flexibility. They could comprehend the strategies and use them for similar problems. As to attitude toward problems, students found these problems challenging and interesting. They had positive beliefs about problem solving after instruction.

Disscussion and Conclusions: Even though our math curricula have included some of non-routine problem solving strategies, there are rare practices in textbooks and classrooms (Altun, Bintaş, Yazgan & Arslan, 2004). This situation should be corrected, because students' reasoning and flexibility of thinking develop with this kind of problems. Students should have opportunities to solve non-routine problems in groups, interact with their peers and share their solutions.

* Res. Asst. Yeliz Yazgan, Uludag University Education Faculty, yazgany@gmail.com

** This project, which is under grant no. AFP 2001/37, was supported by the Academic Research Projects Comission of Uludag University between 2001-2004.

Dördüncü ve Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Rutin Olmayan Problem Çözme Stratejileriyle İlgili Gözlemler

Yeliz YAZGAN*

ÖZ. Bu nitel çalışmada, *"İlköğretim Çağındaki Çocuklarda Problem Çözme Gelişiminin İncelenmesi"* projesi** kapsamında ilköğretim 4 ve 5. sınıf öğrencileri ile yapılan deneysel çalışmadan elde edilen öğrenci çalışmaları ve gözlemlerden bazılarına yer verilmektedir. 18 ders saati süren deneysel çalışmada, öğrencilere rutin olmayan problem çözme stratejilerinden *tahmin ve kontrol, şekil çizme, bağıntı bulma, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma* ve *geriye doğru çalışma* stratejileri ile ilgili toplam 41 soru sorulmuştur. Yazılı çalışmaları ve sözlü açıklamaları kullanılarak, öğrencilerin bu sorular için geliştirdikleri çözüm stratejileri ortaya çıkarılmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgular, öğrencilerin rutin olmayan problemler için özgün stratejiler geliştirebildiklerini ve böylece problem çözmeye karşı olumlu tutum geliştirebildiklerini göstermektedir. Ayrıca bazı öğrenci çözümlerinin, Herr ve Johnson (2002)'ın çalışmasında yer verilen öğrenci çözümleri ile benzerliği dikkat çekmektedir.

Anahtar Sözcükler: problem, problem çözme, rutin olmayan problem

GİRİŞ

Aksiyomatik ve kuramsal olarak tanımlanan sistemlerdeki düzenliliklerin doğasını, prensiplerini inceleyen matematiğin araçları ise soyutlama yapma, sembolik anlatımdır. Bununla birlikte, bu araçların kullanımında eğitimli olmak birinin matematiksel düşünebildiği anlamına gelmemektedir (Schoenfeld, 1992). Matematiksel düşünme (a) dünyaya matematiksel bir görüş açısından bakmak (modelleme, sembolleştirme ve matematiksel fikirleri diğer durumlara uygulamak) ve (b) matematiğin araçlarını yapıları anlama için kullanmak demektir (Schoenfeld, 1991).

Matematiğin dili öğrenilmesi gereken kurallara dayanmasına rağmen, önemli olan öğrencileri kuralların ötesine gitmeye güdülemektir. Bu dönüşüm hem program içeriğinde hem de eğitsel yöntemde değişiklikler önermektedir. Bu değişiklikler,

- sadece süreçleri ezberlemede değil çözümleri araştırmada,
- sadece formülleri ezberlemede değil bağıntıları keşfetmede,
- sadece alıştırmaları yapmada değil varsayımları formül halinde ifade etmede

odaklanma çabalarını içermektedir (Schoenfeld, 1992).

Öğretim bu önem verilen noktaları yansıtmaya başladıkça, öğrenciler matematiği katı, kesin ezberlenecek kanunların kapalı bir bilgi topluluğundan ziyade keşife dayalı, dinamik, yavaş yavaş gelişen bir disiplin olarak çalışma fırsatına sahip olacaklardır. Ayrıca, matematiğin sadece sayılarla değil bağıntılarla ilgili olduğunu kabul etmeye teşvik edileceklerdir (Schoenfeld, 1992).

Problem çözme, okul matematiğinin temel taşıdır (NCTM, 2000). Ülkemizde İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (Milli Eğitim Bakanlığı, 2006)'nın problem çözmeye bakış açısı şöyle özetlenebilir: Problem, çözüm yolu önceden bilinen alıştırma ve soru olarak algılanmamalı, öğrencinin mevcut bilgileri ile akıl yürütme becerilerini kullanmasını gerektirmelidir. Öğrencinin problemi nasıl çözdüğü, problemdeki hangi bilgilerin bu çözüme katkıda bulunduğu, problemi nasıl temsil ettiği seçtiği stratejinin ve temsil biçiminin çözümü nasıl kolaylaştırdığı üzerinde durulmalıdır. Bunun yanında öğrencilerin problem çözme ile ilgili düşüncelerini akranlarıyla ve öğretmenleriyle

* Ar. Gör. Yeliz Yazgan, Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi, yazgany@gmail.com

** 2001-2004 yılları arasında gerçekleştirilen AFP 2001/37 nolu bu proje, Uludağ Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi tarafından desteklenmiştir.

rahatlıkla problemleri değişik şekillerde ifade edebileceği ve farklı yollardan çözebileceği sınıf atmosferi oluşturulmalıdır.

Özetle; problemler matematiksel düşünmeye giriş olarak hizmet etmelidir. Bu yüzdendir ki, ilköğretim matematik programları ve matematik başarısını değerlendirme standartları ile ilgili son çalışmalar, matematiksel problem çözme gücünü ve muhakeme becerilerini geliştirmeye, matematiğe karşı olumlu tutum kazandırmaya önem vermekte, bu becerilerin gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin çözümünde kullanılmasını önemsemektedir (Verschaffel, De Corte, Lasure, Van Vaerenbergh, Bogaerts & Ratinckx, 1999).

Yerli ve yabancı literatürde, matematiksel problemler, değişik bakış açılarına göre çeşitli sınıflamalara tâbi tutulmuşlardır (Altun, 2005). En önemli ayırımlardan biri, gerektirdikleri düşünme ve çabaya göre rutin (sıradan) ve rutin olmayan (sıra dışı) problemler şeklindeki ayırımdır. Rutin problemler, günlük hayatta karşılaşılan ve çözülmesinde dört işlem becerilerinin yeterli olduğu, çocukların günlük hayatta gerekli işlem becerilerini geliştirmeleri ve problemde geçen bilgileri matematiksel olarak ifade etmeyi öğrenmeleri için önemli problemlerdir. Örneğin *" Bir satıcı 20 kilogram mercimeğin yarısının kilogramını 830 000 liradan, kalanının kilogramını 1 140 000 liradan satıyor. Bu satıştan sonra eline kaç lira geçer?"* problemi rutin bir problemdir.

Rutin olmayan problemler rutin olanlara göre daha fazla düşünme gerektiren, çözmek için yöntemin açık olarak gözükmediği problemlerdir (Polya, 1957). Çözümleri işlem becerilerinin ötesinde, verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilere sahip olmayı ve bir takım eylemleri arka arkaya yapmayı gerektirir (Altun, 2005). Örneğin *"Elimizde bulunan 1, 5, 10 liralıklarla kaç türlü 25 lira bozuk para elde edebiliriz?"*problemi rutin olmayan bir problemdir.

2003 yılında başlanıp, pilot uygulamaları halen devam eden yeni Matematik Dersi Öğretim Programı' nda, bu araştırmada da incelenen bazı rutin olmayan problem çözme stratejilerine, "şekil, tablo, vb. model kullanma", "sistematik bir liste oluşturma", "örüntü arama", "geriye doğru çalışma", "tahmin ve kontrol etme", "varsayımları kullanma" adları altında yer verilmiştir. Ancak yabancı literatürde yapılan çalışmalar, ders kitapları, ders programları, projeler vb. incelendiğinde, ülkemizde bu konu ile ilgili yapılan çalışmaların ne kadar kısıtlı olduğu da görülmektedir (Altun, Bintaş, Yazgan & Arslan, 2004). Hâlbuki öğrencilerin muhakeme gücünü geliştiren özellikle bu tür problemlerdir (Billstein, Libeskind & Lott, 1996). Bu nedenle bu makalede ilköğretim 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözmek için geliştirdikleri stratejiler incelenmiş, bu bağlamda aşağıdaki sorulara cevap aranmaya çalışılmıştır:

- İlköğretim 4 ve 5. sınıf öğrencileri rutin olmayan problemler için çözüm yolları geliştirebilmekte midirler?

- Geliştirdikleri bu yöntemleri benzer problemlerde kullanabilmekte ve strateji olarak benimseyebilmekte midirler?

- Rutin olmayan problemlerin çözümü ile uğraşmak onlarda problem çözmeye karşı olumlu bir tutum gelişmesine neden olmakta mıdır?

İlgili araştırmalar

Lee (1982) yaptığı çalışmada, 4. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözmeye teşebbüs ettiklerinde heuristikleri (özgün girişim veya stratejileri) etkili ve uygun bir şekilde kullanıp kullanamadıklarını araştırmıştır. Bu amaçla 16 öğrenci seçmiş, tüm bu öğrencilerle 2 problem sorduğu bir ön görüşme yapmıştır. Daha sonra bu öğrencilerin 8'i ile 20 ders saati süren ve öğrencilerin 20 rutin olmayan problem çözdükleri bir çalışma yapmıştır. Bu derslerin ilk 5'inde heuristikler (şekil çizme, özel durumları düşünme ve bağıntı arama, bir şema veya tablo yapma, bir koşulu düşünme ve ikinci koşulla birleştirme, önceden çözülen benzer bir problemi düşünme) tanıtılmış ve problem çözmeye yardım etmesi için nasıl kullanılacakları üzerinde çalışılmıştır. Bundan sonraki derslerde ise araştırmacının müdahalesi kısıtlanmış ve öğrencilerin her biri stratejilerin yardımıyla problem çözmeye aktif olarak katılmışlardır.

Araştırmacı daha sonra eğitim alan ve almayan tüm öğrencilerle 6 problem sorulan bir görüşme yapmış, 4 hafta sonra ise sadece eğitim alan öğrencilerle 2 problemden oluşan bir görüşme daha yapmıştır. Veriler, her öğrencinin görüşmeler sırasındaki yazılı cevaplarını, araştırmacı ve öğrenci arasında geçen görüşmelerin video kaydını ve araştırmacının notlarını içermektedir.

Verilerin nitel ve nicel analizleri, eğitim alan her öğrencinin eğitimden hemen sonraki ve 4 hafta sonraki görüşmelerde uygun heuristiği seçebildiği ve etkili biçimde kullanabildiğini ortaya çıkarmıştır. Öğrencilerin en çok "bir koşulu düşünme ve ikinci koşulla birleştirme" ve "özel durumları düşünme ve bağıntı arama" heuristiklerinde zorlandıkları da araştırmanın bir diğer sonucudur.

Higgins (1997), bir yıllık sistematik eğitimin ortaokul öğrencilerinin problem çözme ile ilgili tutum ve inanışları ve problem çözme yetenekleri üzerindeki etkilerini araştıran bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmaya iki altıncı sınıf ve dört yedinci sınıf öğretmeni ve onların öğrencileri katılmıştır. Verilen eğitimde tahmin ve kontrol, bağıntı arama, sistematik liste yapma, resim çizme veya model oluşturma ve olasılıkları eleme stratejileri öğretilmiştir.

Çalışmadaki veriler, yarı yapılandırılmış görüşme ve 39 Likert tipi sorudan oluşan bir anket yoluyla toplanmıştır. Görüşmelere dokuzu eğitim alan gruptan, dokuzu ise diğer gruptan olmak üzere 18 öğrenci katılmıştır. Bu öğrencilere matematik ve problem çözme ile ilgili algılarını yoklayan sorular ve dört tane rutin olmayan problem yöneltilmiştir.

Bunların sonucunda, eğitim alan öğrenciler problem çözme derslerini beyinlerini kullanmak ve düşünmek için bir fırsat olarak düşündüklerini belirtmişlerdir ki bu da onların olumlu yönde bir tutum kazandıklarını göstermektedir.

Verschaffel, De Corte ve arkadaşları (1999), beşinci sınıf öğrencilerine matematiksel uygulama problemlerini çözmenin öğretimi için tasarlanan deneysel öğrenme ortamının etkililiğini incelemişlerdir. Bu amaçla yedi sınıftan oluşan kontrol ve dört sınıftan oluşan deney grubu ile çalışan araştırmacılar, deney grubuna normal matematik dersleri için ayrılan süre içinde toplam yirmi saatlik bir eğitim vermişlerdir. Kontrol grubu ise normal programı izlemiştir. Amacı öğrencileri daha etkin, daha stratejik ve daha güdülenmiş matematiksel problem çözücülerine dönüştürmek olan bu eğitimde, beş aşama ve bunların içine yerleştirilmiş sekiz stratejiden oluşan bir plan uygulanmıştır. Kullanılan stratejiler; şekil çizme; bir liste, bir plan veya tablo hazırlama; ilgili ve ilgisiz verileri ayırma; akış şeması çizme; tahmin ve kontrol; bağıntı arama; gerçek yaşam bilgilerini kullanma; sayıları basitleştirmedir ve bu stratejilerin hangilerinin birinci hangilerinin ikinci basamakta kullanılacağı belirtilmiştir.

Araştırmadaki gruplara, standart başarı testi, ön test, tutum testi, son test ve kalıcılık testleri uygulanmıştır. Bu test sonuçları, öğrenme ortamının öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişimi üzerinde anlamlı bir olumlu etkiye sahip olduğunu göstermiştir. Kalıcılık testi, bu olumlu etkinin deneysel derslerin sonunda ortadan kaybolmadığını ortaya çıkarmıştır. Ayrıca bu öğrenme ortamının öğrencilerin tutumlarında, inanışlarında ve kararlılıklarında da olumlu yönde bir iyileşmeye neden olduğu gözlenmiştir.

Asman ve Markowitz (2001); okul içinde öğretilen matematik ile okul dışında kullanılan matematik, öğretmen gerçekleri - öğrenci gerçekleri ve teori ile uygulama arasındaki boşluğu inceleyen bir araştırma yapmışlardır. Bu amaçla farklı profesyonel geçmişe, bilgi ve inanışlara sahip otuz öğretmen (on tanesi dördüncü ve beşinci sınıf öğretmeni, on tanesi matematik eğitimi programına katılmış dördüncü ve beşinci sınıf öğretmeni, on tanesi ise aday öğretmen) ve 265 altıncı sınıf öğrencisi ile çalışılmıştır.

Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde, onlara bazı kişisel bilgilerden sonra, problemle ilgili genel inanışları ve görüşleri ile ilgili birkaç soru sorulmuştur. Daha sonra her öğretmene 11 rutin olmayan problem teker teker sorulmuş ve cevapları kaydedilmiştir. Öğrenciler ise bu 11 problemi sınıfta çalışmışlardır. Bunlardan iki tane altıncı sınıfın öğrencilerinin ve öğretmenlerinin dört probleme verdikleri cevaplar ayrıntılı olarak incelenmiştir. İncelemeler sonucunda okul içi - okul dışı matematik, öğrenci gerçekleri – öğretmen gerçekleri ve teori – uygulama arasındaki boşlukların oldukça net olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrenci ve öğretmenler ders kitaplarındaki problemleri basmakalıp bulmuşlar, gerçekçi olmayan ve sıkıcı problemler olduklarını belirtmişlerdir.

Pugalee (2001), yaptığı bir çalışmada öğrencilerin matematiksel problem çözme sürecindeki ne yaptığının (nasıl çözdüğünün) farkında olma (metacognition) davranışlarını ortaya koymada onların yazılı cevaplarından ne ölçüde yararlanılabileceğini araştırmıştır.

Yirmi tane lise 1 öğrencisine altı problem ve her bir soru için yaklaşık on dakika süre verilmiş, problemi çözerken akıllarına gelen her şeyi not etmeleri istenmiştir. Öğrenci davranışları probleme odaklanma, verileri organize etme, işlemleri yapma ve sonuçları anlamlandırma şeklinde ele alınmış ve bu öğrencilerin yazılı çözümlerinde bu safhaların her birini incelenmiştir. Problem çözme ile ilgili öğrenci yazılarının bilişsel süreci açıklamada önemli ipuçları verdiği, yazılarından öğrencilerin nasıl öğrendiklerinin, nasıl düşündüklerinin anlaşılabildiğini ortaya koyulmuştur. Nitel metotlar kullanılarak bu yazılar analiz edilmiş, bunun sonucunda öğrencilerin yazılarında problem çözme aşamalarına uygun ifadeler kullandıkları gözlenmiştir.

Herr ve Johnson (2002), sadece rutin olmayan problemleri ve çözüm stratejilerini içeren lise öğrencilerine yönelik bir kitap yazmışlardır. Bu kitap, 17 bölümden oluşmaktadır: Diyagram çizme, sistematik liste yapma, olasılıkları eleme, matriks mantığı, bağıntı bulma, tahmin ve kontrol, alt problemler, birim analizi, problemi basitleştirme, fiziksel sunumlar, geriye doğru çalışma, venn diyagramları, cebir, sonlu farklar, bilgiyi organize etmenin diğer yolları, odağı değiştirmenin diğer yolları, uzamsal düzenlemenin diğer yolları. Her bölümde strateji ile ilgili örnek problemler verilmiş, önce öğrencilerden kendilerinin çözmeleri istenmiştir. Daha sonra bu problem için çözüm yolları öğrenci çalışmalarından örneklerle gösterilmiştir. Öğrencilere, kitabın daha önce karşılaşmadıkları türden bir matematik dersi için yazıldığı, gruplar halinde çalışıp tartışabilecekleri, bir problemin çözümü için yazılmış hazır bir reçetenin olmadığı belirtilmiştir.

Yukarıda özetlenen çalışmalardan, Lee (1982) ve Verschaffel, De Corte ve arkadaşları (1999) nın yaptığı çalışmalar, deneysel olmaları, deneysel kısmın süresi, içerdikleri stratejiler ve bu çalışma ile aynı sınıf düzeyinde olmaları açısından bu çalışma için önemli bir temel teşkil etmektedirler. Farklı sınıf düzeyinde olmasına rağmen, Higgins (1997)'in çalışması da bu çalışmadaki deneysel eğitim ortamının düzenlenmesi açısından önemli katkılarda bulunmuştur. Pugalee (2001)'nin çalışması, öğrencilerin yazılı çalışmalarının, onların düşünme süreçlerini ortaya çıkarmada önemli ipuçları verebileceğini göstermesi açısından önemlidir, bu yüzden bu çalışmada da öğrencilerin yazılı çalışmalarından faydalanma yoluna gidilmiştir. Asman ve Markowitz (2001)'in çalışması da, öğrencilerin rutin olmayan problemlere bakış açılarını göstermesi açısından yol gösterici olmuştur. Son olarak, Herr ve Johnson'un (2002) çalışması, yine içerdiği stratejiler ve öğrenci çalışması örnekleri, bazı öğrencilerin düşünme biçimlerinin bu çalışmadaki bazı öğrenci muhakemelerine benzemesi açısından yer vermeye değer bulunmuştur.

YÖNTEM

Çalışma öncesinde yerli ve yabancı kaynaklardan, ders kitaplarından, internetteki konu ile ilgili projelerden yapılan tarama sonucunda, uzman görüşleri ve çalışmanın sınıf düzeyi de dikkate alınarak en yaygın 6 rutin olmayan problem çözme stratejisi seçilmiştir. Bunlar *tahmin ve kontrol, şekil çizme, bağıntı bulma, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma* ve *geriye doğru çalışma* stratejileridir. Taranan kaynaklardan elde edilen sorular bir araya getirilerek, bu stratejilerin her biri için bir soru "havuzu" oluşturulmuştur. Bu "havuz"dan seçilen sorular, eğer gerekirse ve yine uzman görüşleriyle, çalışılan öğrencilerin sınıf düzeylerine uygun hale getirilerek çalışmada kullanılmıştır. Örneğin içerdiği sayılar küçültülerek bazı sorular basitleştirilmiş, bazıları için tam tersi yapılmıştır. Kültürümüze yabancı isim veya terim vs. içeren sorular problemin yapısı bozulmadan kültürümüze uygun hale getirilmiştir.

Eğitim haftada iki gün, araştırmacı tarafından verilmiştir. Ancak 7. ve 8. sınıflar için düzenlenen ve bu sınıf düzeyine uygun soruları ve stratejileri içeren benzer bir çalışmayı bağımsız olarak yapan diğer bir araştırmacı, tüm eğitim boyunca sınıfta hazır bulunmuş ve gerek düzenlemede, gerekse uygulamanın yürütülmesinde yardımcı olmuştur. Örneğin bu araştırmacı eğitim sırasında öğrenci kâğıtlarını incelemiş, gerektiğinde onlara ipucu vermiş ve sorular sormuştur. Bundaki amaç, öğrencilerin yürüttükleri muhakemeleri daha iyi izlemektir.

Gönüllü olarak katılan 15 dördüncü ve 13 beşinci sınıf öğrencisi ile yapılan çalışmada, öğrenciler eğitim sırasında iki veya üçer kişilik gruplar halinde çalışmıştır. Gruplar araştırmacı tarafından oluşturulmuş, bu oluşturma sırasında gruplarda farklı yetenek düzeyinde öğrencilerin bulunmasına dikkat gösterilmiştir. Gruplar çalışmalar sırasında kendi belirledikleri adları kullanmışlardır. Grupların böyle heterojen oluşturulmasının nedeni, farklı yetenek düzeylerindeki öğrencilerin grup çalışmaları sırasında birbirleri ile etkileşime girmelerini sağlamak ve fikir alışverişi yaparak birbirlerinin çözüm önerilerini değerlendirmelerini sağlamaktır.

Toplam 18 saat olarak planlanan eğitimin ilk 12 saati, problem çözme stratejilerinin öğretimine ayrılmıştır. Her bir problem çözme stratejisi için 2 saat öğretim yapılmıştır. Bu öğretim sırasında, ders başında öğrencilere çalışacakları problem teksir edilmiş olarak dağıtılmıştır. Gruplar 10-15 dakika kendi başlarına çalışmışlardır. Bu sırada araştırmacılar gruplar arasında dolaşarak onların tartışmalarını izlemiş, problemin anlaşılıp anlaşılamadığını kontrol etmiştir. Bir problemin yeterince anlaşılmadığı veya çözümde zorlanıldığı fark edildiğinde araştırmacılar tarafından ipuçları verilmiş, yönlendirici sorular sorulmuştur. Daha sonra öğrenci çözümleri ile ilgili çalışma kâğıtları toplanmış ve gruplarca bulunan çözümler sınıf tartışmasına açılmıştır. Bu tartışmada, bulunan değişik çözümler konuşulmuş, grup öğrencilerinin bu çözümleri sınıfa açıklamaları istenmiştir. Bazı problemlerin çözümünden sonra, öğrencilerden çözdüklerine benzer bir problem yazmaları istenmiştir. Bazen de benzer problem araştırmacı tarafından hazır olarak verilmiştir. Bir stratejiye ayrılan 2 ders saati sonunda çocuklara problemin çözümünde kullandıkları stratejiyi açıklamaları istenmiştir. Bu tartışma sonunda stratejinin adı sınıfın ortak kararı ile belirlenmiştir.

13. derste gruplara karışık stratejilerden oluşan problemler verilmiş ve çözdürülmüştür. Kalan 5 derste ise öğrenciler bireysel olarak çalışmışlar, değişik stratejilerle çözülebilen problemlerle uğraşmışlardır. Buradaki amaç öğrencilerin grup içinde veya bireysel olarak problemler için uygun strateji veya stratejileri seçip seçemediklerini gözlemleyebilmektir. Tüm bu dersler boyunca da ilk 12 derste uygulanan problemin çözümü üzerinde çalışma sonra sınıf tartışması süreci aynen uygulanmıştır.

Tüm eğitim boyunca öğrenciler 41 problem üzerinde çalışmışlardır. Eğitimden sonra öğrencilere boş kâğıtlar dağıtılmış ve onlardan bu kâğıtlara çözdükleri problemler ve verilen eğitim hakkında düşüncelerini yazmaları istenmiştir. Sonuç olarak, bu araştırmanın verilerini her problem için öğrencilere dağıtılan ve çözümden sonra öğrencilerden geri toplanan kâğıtlar, yine öğrencilerin duygu ve düşüncelerini yansıtan kâğıtlar, araştırmacının gözlemleri ve her ders sonrasında tuttuğu notlar oluşturmaktadır.

Yukarıda açıklanan metot, aslında ön test-eğitim-son testten oluşan bir araştırma deseninin sadece eğitim kısmını açıklamaktadır. Bunun nedeni, bu araştırmada sadece eğitim sırasında öğrencilerin rutin olmayan problemler için geliştirdiği strateji ve tutumla ilgili gözlemlere yer vermenin amaçlanmasıdır. Tüm araştırma deseni ve sonuçları hakkında ayrıntılı bilgi için Altun, Bintaş, Yazgan ve Arslan (2004) tarafından hazırlanan proje raporuna ve Yazgan (2002)'ın çalışmasına bakılabilir.

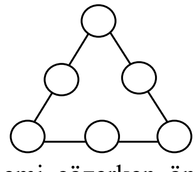
BULGULAR

Bu bölümde, önce strateji bazında bulgular sunulacaktır. Her strateji tek tek ele alınırken, önce strateji ile ilgili kısa bir bilgi verilecek, daha sonra öğrencilerin çalışma sırasında o strateji ile ilgili sorular için yaptıkları çizimlerden, verdikleri sözel cevaplardan, yürüttükleri muhakemelerden örnekler verilecektir. Daha sonra, öğrencilerin tutumları ile ilgili fikir vermesi amacıyla, problemlerle ilgili duygu ve düşüncelerini yazdıkları kâğıtlardan, kullandıkları ifadelerden örnekler verilecektir.

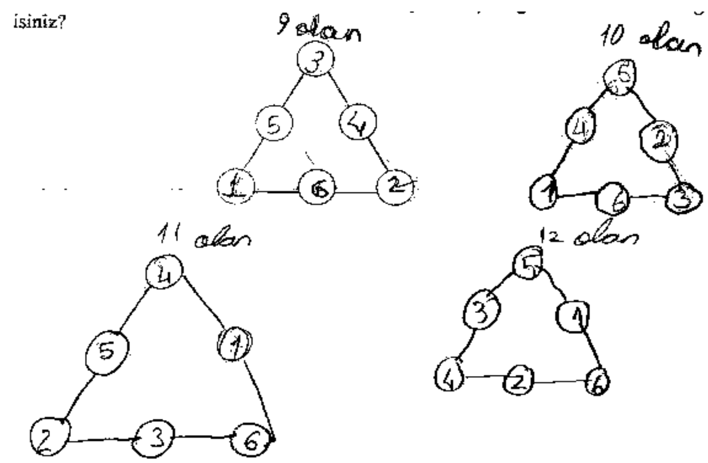
Tahmin ve kontrol

Tahmin ve kontrol stratejisi, problemin çözümü için mantıklı bir cevabın ne olacağını düşünmeyi ve sonra bunun çözüm için uygun olup olmayacağını kontrol etmeyi içerir. Yapılan her kontrol, bir sonraki tahmin için yol gösterir ve bu süreç doğru cevabı buluncaya kadar devam eder.

Birinci derste tahmin ve kontrol stratejisi ile ilgili olarak "*Birden altıya kadar olan sayıları aşağıdaki yuvarlaklara yerleştiriniz. Her sayıyı sadece bir kere kullanabilirsiniz. Üçgenin her kenarındaki sayıları topladığınızda 9 olmasını sağlayabilir misiniz?"*



problemi soruldu. Öğrenciler bu problemi çözerken önce sayıları rasgele yerleştirip sonuca ulaşıp ulaşamadıklarına baktılar. Eğer ulaşamadılarsa yazdıkları sayıları silip başka bir deneme yaptılar. Ancak bunu yaparken bir önceki denemeyi tekrar etmemeye çalıştılar. En sonunda 4, 5 ve 6 sayılarını ortadaki yuvarlaklara koyarak problemi çözdüler. Bunun arkasından öğrencilere "Acaba toplamların 10, 11 ve 12 olması durumunda yine çözüm olur muydu?" diye soruldu. Öğrenciler tekrar deneyerek toplamların 10, 11 ve 12 olduğu sonuçları da buldular (Şekil 1). Daha sonra “Toplamın 9 ve 12 olduğu şekillere bir bakalım. Bir şey dikkatinizi çekti mi?” sorusu ortaya atıldı. Sınıf tartışması sonucunda küçük sayılar (1, 2 ve 3) köşelere, büyük sayılar (4, 5 ve 6) ortadaki yuvarlaklara yerleştirildiğinde 9 toplamına, bunun tersi yapıldığında ise 12 toplamına ulaşıldığı fark edildi. “Peki, 10 ve 11 toplamları için böyle bir ilişki bulunabilir mi?” diye tartışıldığında ise, çift sayılar ortada, tek sayılar köşelerde olduğunda toplamın 10 olduğu, bunun tersi durumda da toplamın 11 olduğu sonucuna ulaşıldı.



Şekil 1. “Şirinler” grubunun tahmin ve kontrol stratejisi ile ilgili bir soruya verdiği cevap

Öğrencilerin bireysel çalıştıkları 14. derste, *“Bu sabah evimin önünden geçen 7 bisiklet sürücüsü ve 19 bisiklet tekerleği saydım. Buna göre geçen bisikletlerden kaç tanesi iki tekerlekli, kaç tanesi üç tekerleklidir?”* sorusu soruldu. Gamze isimli bir öğrenci, tahmin ve kontrol stratejisi ile çözülebilen bu problemi çözmek için şekil çizmeyi tercih etti (Şekil 2a). Çözümünü açıklaması istendiğinde ise *“ Önce her birinde iki tekerlek olsaydı ne olurdu diye düşündüm. 14 tekerlek oldu. Sonra 19 oluncaya kadar her bir çifte bir tekerlek ekledim.”* dedi.

Herr ve Johnson (2002) un, lise öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözme stratejilerini içeren kitabından, Bill adlı öğrencinin tahmin ve kontrol stratejisi ile ilgili bir soruya verdiği cevap (sy 19) ilginçtir. Çünkü Bill’in “*Çiftçi Ben’in sadece ördekleri ve inekleri var. Her birinden ne kadar olduğunu hatırlamıyor, ancak kendi yaşı olan 22 tane hayvanı olduğunu biliyor. Aynı zamanda bu hayvanların toplam 56 ayağının olduğunu da hatırlıyor. Her hayvanın normal olduğunu farz edersek, Çiftçi Ben’in kaç hayvanı vardır?*” problemi için yaptığı çizim (Şekil 2b) ve açıklamaların, bir önceki problem için Gamze’nin verdiği cevapla olan benzerliği dikkat çekmektedir. Bill’in çözümü ile ilgili açıklaması şöyledir: “*Bu 22 daire 22 hayvanı gösteriyor. İlk olarak tüm hayvanları ördekler olarak çizdim. Sadece ördek olunca 44 ayak oldu. Sonra fazladan 12 ayak daha ekleyerek 6 ördeği ineğe dönüştürdüm. Bu nedenle cevabı 6 inek ve 16 ördek olarak buldum.*

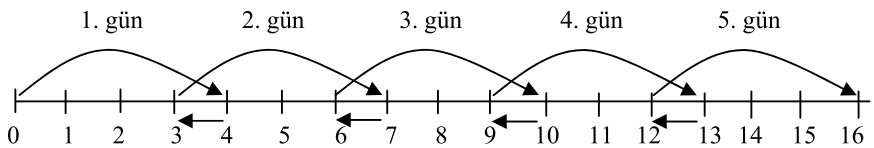
(a) (b)

Şekil 2. Gamze ve Bill’in tahmin ve kontrol stratejisi ile ilgili sorulara verdikleri cevaplar

Şekil çizme

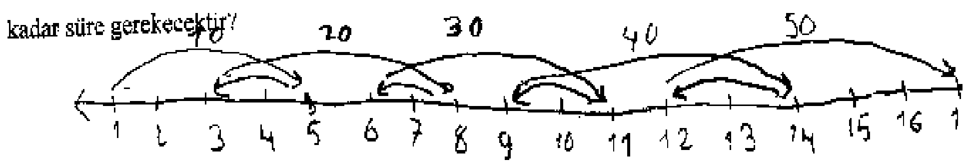
Burada şekil kelimesi ile problemde verilen veri ve bağıntıların görünür hale gelmesine yardım eden her türlü çizim ifade edilmektedir. Bunlar basit çizgiler, geometrik şekiller, noktalar vs. olabilir.

Şekil çizme stratejisi ile ilgili olarak 3. derste sorulan “*16 cm. yüksekliğindeki bir bardağın dibinde bir salyangoz vardır. Her gün 4 cm. yukarı tırmanan salyangoz geceleri 1 cm geri kayarsa, bardaktan kaç günde çıkabilir?”* probleminin çözümü için hiçbir öğrenci şekil çizmeyi tercih etmedi. Bunun yerine öğrenciler işlem yaparak sonuca ulaşmaya çalıştı. Bunun üzerine öğrencilere “Acaba şekil çizersek çözebilir miyiz?” sorusu yöneltildi. Öğrenciler bunun üzerine şekil çizmeyi denediler, ama yine de hiçbir öğrenci salyangozun 5. gün çıktıktan sonra geri inmeyeceğini düşünemedi. (Şekil 3)



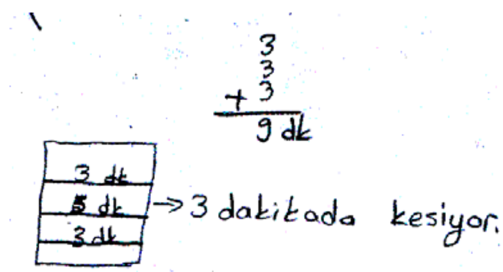
Şekil 3. Şekil çizme ile ilgili salyangoz probleminin cevabı

Daha sonra öğrencilerin bireysel çalıştığı 16. derste *“Pelin çakıllı bir yüzeyi olan çok dik bir tepeye tırmanmaya çalışıyor. 10 dakikada 5 m tırmanıyor fakat 2 m geri kayıyor. Bu hızla Pelin’in 16 m tırmanması için ne kadar süre gerekecektir?”* problemi sorulduğunda, Elmiye adlı öğrencinin çözüm kâğıdı (Şekil 4), bir önceki problemin çözümünün benzer sorulara uyarlanabildiğini, stratejinin benimsendiğini göstermektedir.



Şekil 4. Elmiye’nin şekil çizme stratejisi ile ilgili probleme verdiği cevap

Yine 3. derste sorulan bir diğer soru *“Bir kütüğü kesmek 3 dakika sürmektedir. Kütüğü 4 parçaya ayırmak kaç dakika sürer?”* idi. Bu soru için ilk olarak öğrenciler 3 ile 4’ü çarparak çözümü bulmaya çalıştı. Yalnız bir grup şekil çizmeye yeltendi. Daha sonra öğrencilerden bir de şekil çizerek problemi çözmeleri istendi. Bundan sonra sadece iki grup doğru cevaba ulaştı (Şekil 5)

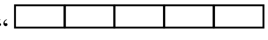


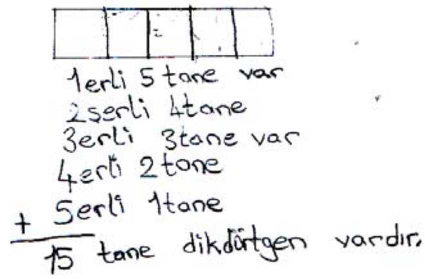
Şekil 5. “Çalışkan Kızlar” grubunun şekil çizme stratejisi ile ilgili probleme verdiği cevap

İncelen problemlerde, şekil çizme anahtardır, çünkü şekil çizme olmadan doğru cevaba ulaşmak zorlaşmaktadır. Örneğin son problemde eğer şekil çizilmezse 4 kesim olduğu düşünülebilir ve bu nedenle 12 cevabına ulaşılabilir.

Bağıntı bulma

Bazı problemlerin özel çözümleri sıralandığında, bunların aritmetik, geometrik veya türeyiş kuralı daha değişik olan bir dizi oluşturduğu görülür. İlişki arama stratejisi bu türeyiş kuralının anlaşılmasını ve bundan yararlanarak saymada sıkıntı yaratabilecek büyük örnekler için çözüm yolu üretmeyi içerir.

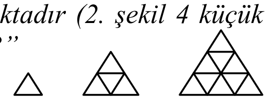
5. derste bağıntı bulma stratejisi ile ilgili olarak “  *Yandaki şekilde kaç dikdörtgen vardır?”* sorusu soruldu. 5 grup bu soruyu ipucu olmaksızın doğru olarak çözdü. Bunlardan “Bilim” grubunun çözüm kâğıdı Şekil 6’da görülmektedir.



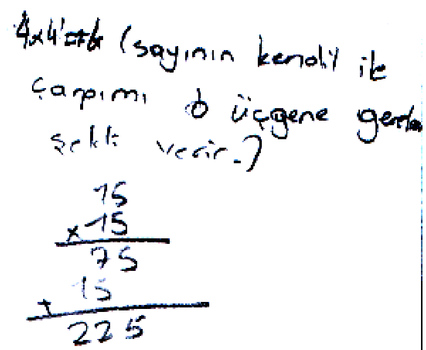
Şekil 6. "Bilim" grubunun bağıntı bulma stratejisi ile ilgili probleme verdiği cevap

Bu problemde öğrencilerin dikkat etmeleri gereken nokta birkaç dikdörtgenin bir araya gelmesiyle yeni bir dikdörtgenin oluşabileceği idi. Bunu göremeyen öğrencilere "Bu şekilde küçük dikdörtgenlerden başka dikdörtgen var mı?" diye sorularak gerekli ipucu verildi. "Bilim" grubundaki öğrenciler, küçük dikdörtgenlerden beş, iki dikdörtgenin yan yana gelmesiyle oluşan dikdörtgenlerden 4 tane olduğunu ve bu düzenin birer azalarak devam ettiğini görmüşlerdir. Sonuç olarak da çözümü 1'den 5'e kadarki sayıların toplamı olarak bulmuşlardır. Bunun arkasından "Eğer küçük dikdörtgen sayısını arttırsaydık, örneğin 10'a çıkarsaydık ne olurdu?" diye sorulduğunda, "O zaman 1'den 10'a kadarki sayıları toplardık." diye cevaplamışlardır.

Yine bağıntı bulma stratejisi ile ilgili olarak 6. derste *"Aşağıdaki şekillerden her biri ilk verilen gibi daha küçük üçgenlerden oluşmaktadır (2. şekil 4 küçük üçgenden oluşmuştur). 15. şekli yapmak için kaç tane küçük üçgen gereklidir?"*
problemi soruldu.



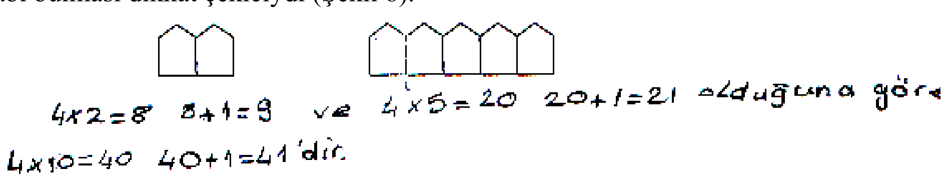
Önce "Çalışkanlar" grubu problemdeki sayının karesini alarak hemen cevaba ulaştı (Şekil 7). 2 grup ise verilen şekillere iki şekil daha ekledi ve 1-4-9-16-25 dizisi ile ilgili olarak, "*1'e 3 eklersek 4 olur, 4'e 5 eklersek 9 olur, 9'a 7 eklersek 16; yani her seferinde bir sonraki tek sayı ekleniyor.*" şeklinde açıklama getirdi ve bu bağıntıyı devam ettirerek sonuca ulaştı. Yönlendirici sorulardan sonra 2 grup daha sonuca ulaştı.



***Şekil 7.*"**Çalışkanlar" grubunun bağıntı bulma stratejisi ile ilgili probleme verdiği cevap

Daha sonra bu soru ile ilgili olarak yapılan sınıf tartışmasında değişik çözümlere yer verilince, her seferinde bir sonraki tek sayıyı ekleyerek sonuca ulaşan gruptan bir öğrenci kendiliğinden *"Bizimki de doğru ama öbürü daha kısa ve kolay"* dedi.

17. derste sorulan *"Dilek kibrit çöpleriyle ev yapıyor. 2 ev yapmak için 9 adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır. 5 sıralı ev yapmak için 21 adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır. 10 sıralı ev yapabilmek için kaç adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır?*" problemi ile ilgili olarak Ece'nin doğrudan bağıntıya ulaşarak cevabı bulması dikkat çekiciydi (Şekil 8).

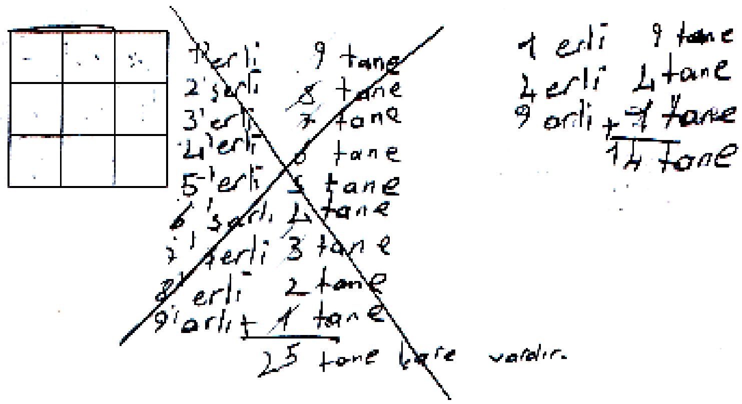


Şekil 8. Ece'nin bağıntı bulma stratejisi ile ilgili probleme verdiği cevap

Problemi basitleştirme

Bu strateji, içerdiği büyük sayılar ve karmaşık bağıntılar nedeniyle çözülemeyen bir problemin daha küçük sayıları içeren bir modelini çözme ve bu modellerin arasındaki ilişkiden faydalanarak çözüme ulaşma şeklinde bir çalışma gerektirir.

7. derste sorulan *" 3 x 3 lük 9 küçük kareden oluşan bir büyük kare içinde büyüklü küçüklü kaç kare vardır?"* problemi ile ilgili olarak Saime ve Elmas'ın cevabı Şekil 9 da görülmektedir.



Şekil 9. Saime ve Elmas'ın problemi basitleştirme stratejisi ile ilgili probleme verdiği cevap

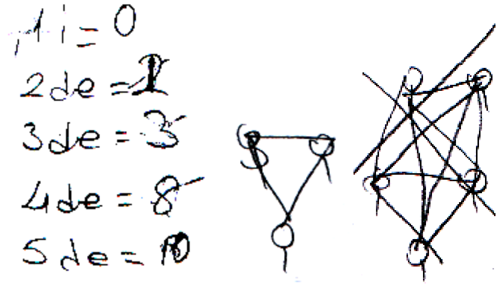
Saime ve Elmas, önce bu soru için bağıntı bulma stratejisinde anlatılan "*Yandaki şekilde kaç dikdörtgen vardır?* " problemi için kullanılan stratejiyi uygun olup olmadığını düşünmeden kullanmaya çalıştı. Ancak araştırmacı burada dikdörtgenlerin değil karelerin sorulduğunu hatırlatınca biraz daha düşündüler ve cevaba ulaştılar. Grupların hepsi cevaba kareleri sayarak ulaşmaya çalıştı. "Eğer kareniz 4x4'lük olsaydı, saymadan bulabilir miydiniz?" sorusuna gruplar cevap veremedi. Daha sonra tahtaya Şekil 10'daki gibi bir tablo oluşturuldu ve öğrencilerle birlikte dolduruldu:

		Boyut	Kare sayısı				
			1x1lik		2x2lik		3x3lük
	→	1 x 1	1				
	→	2 x 2	4	+	1		
	→	3 x 3	9	+	4	+	1
		.			.		
		.			.		

Şekil 10. Problemi basitleştirme stratejisi ile ilgili kare sayısını bulma probleminin cevabı

Bu noktada Murat, "*Öğretmenim, 1 ile 1'in çarpımı 1, 2 ile 2'nin çarpımı 4, 3 ile 3'ün çarpımı 9'dur.*" diyerek her seferinde bir sonraki sayının karesinin eklendiğini fark etti.

Problemi basitleştirme stratejisi ile ilgili olarak sorulan bir diğer soru ise, yine 7. derste sorulan "*7 okul arkadaşı, mezun olduktan 5 yıl sonra buluşmaya karar verdi. Bir araya geldiklerinde her kişi diğeri ile el sıkıştı. Kaç el sıkışması olmuştur?"* idi. Önce sadece 1 grup bu soruyu "İki kişi arasında 1 el sıkışması, 3 kişi arasında 3 el sıkışması.." diyerek basitleştirdi ve sonuca ulaştı. Sonra benzer yöntemi kullanan ancak yanlış sayım yaptığı, yanlış şekil çizdiği veya sayılar arasındaki ilişkiye dikkat etmediği için sonuca ulaşamayan öğrencilere "Şekli bir daha kontrol edelim bakalım hata var mı?", "Bir daha sayalım mı?", " Bulduğumuz sayılar arasında bir ilişki var mı? Belki bundan sonraki sayıyı şekil çizmeden bulabiliriz." gibi sorularla ipucu verildi. Bu ipuçlarıyla 4 grup daha aradaki bağıntıyı keşfederek (0'a 1 ekledik, sonra 2 ekledik, sonra 3 ekledik, sonra 4 ekledik...) cevaba ulaştı (Şekil 11).



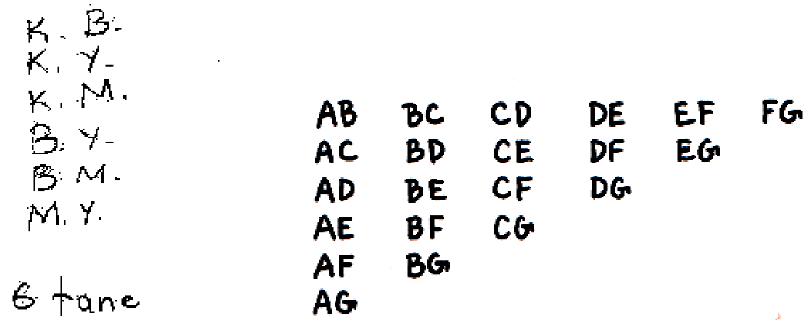
Şekil 11. Gözde ve Elif'in problemi basitleştirme stratejisi ile ilgili probleme verdiği cevap

Sistematik liste yapma

Sistematik liste yapma stratejisinin özünde, problemdeki verilerle ilgili tüm olasılıkları sistemli bir şekilde yazma vardır. Eğer bu olasılıklar sistemli bir şekilde yazılmazsa bazı olasılıklar atlanabilir, tüm olasılıkların yazıldığı kesin olarak belli olmayabilir veya bir olasılık iki defa yazılabilir.

10. derste sistematik liste yapma stratejisi ile ilgili *"Rauf basketbol takımı için forma renklerine karar vermekle görevliydi. Kırmızı, beyaz, yeşil, mavi renklerinden sadece ikisini seçebilecekti. Kaç farklı renk çifti seçebilir?"* problemi soruldu. "Hızlı" grubu bu soru için "önce kırmızılı olanlar, sonra beyazlı olanlar, sonra da mavili olanlar" diye düşünerek ve renklerin sadece baş harflerini kullanarak liste oluşturdu (Şekil 12a)

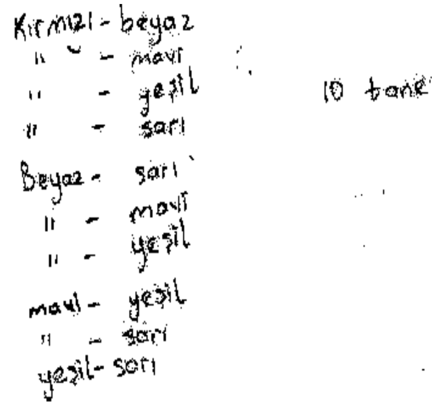
Yine Herr ve Johnson'un kitabında, Monica'nın (sy 29) "*Her takımın diğer tüm takımlarla oynadığı yeni bir basketbol ligi oluşturulmuştur. Yedi takım vardır: Antiloplar (the Antelops-A), Ayılar (the Bears-B), Yavru Kurtlar (the Cubs-C), Toz Püskürtücüler (the Dusters-D), Kartallar (the Eagles-E), Tilkiler (the Foxes-F) ve Keçiler (the Goats-G). Toplam kaç maç yapılacaktır?"* problemi için benzer şekilde liste oluşturması dikkat çekicidir (Şekil 12b).



(a) (b)

Şekil 12. "Hızlı" grubunun ve Monica'nın sistematik liste yapma stratejisi ile ilgili problemlere verdikleri cevaplar

Forma renkleriyle ilgili problem çözüldükten sonra, çözümü değerlendirmek amacıyla "Peki, bir renk daha, örneğin sarı eklenseydi kaç farklı renk çifti seçilebilirdi?" sorusu yöneltildi. Öğrencilere boş kâğıtlar verilerek bu yeni problemi çözmeleri istendi. Gizem bu seçenekleri Şekil 13 deki gibi yazdı:



Şekil 13. Gizem'in sistematik liste yapma stratejisi ile ilgili probleme verdiği cevap

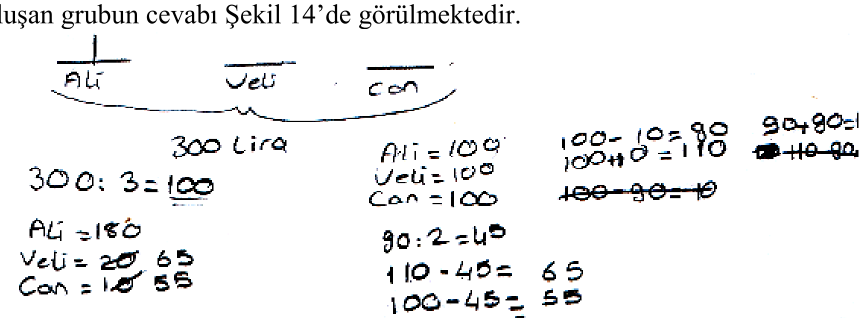
Daha sonra *"Öğretmenim, bunlar birer birer azalıyor."* dedi. Açıklaması istendiğinde ise*"Kırmızıyla başlayanlar 4, beyazla başlayanlar 3, mavi ile başlayanlar 2, yeşille başlayanlar 1 tane"* diye cevap verdi. *"Peki, 6 renk olsaydı kaç çift olacağını tek tek yazmadan bulabilir miydin?"* diye sorulduğunda *" Bunun başına bir de 5'lisi gelecekti. Yani 15 olacaktı.*" dedi.

Burada Gizem önce sistematik liste yapma stratejisini kullandı, sonra da bağıntı bulma stratejisinden yararlanarak problemi çözdü. Fakat aradaki ilişkiyi görmesi tamamen kendi sezgileri sayesinde oldu.

Geriye doğru çalışma

Bu strateji, sonuçla ilgili bilgileri kullanarak başlangıçtaki durumu bulmayı gerektiren problemlerin çözümünde kullanışlıdır. Yani sonuçtan hareket edilerek ve arada yapılan işlemler tersine çevrilerek ilk bilgilere ulaşılır. Eğitim sistemimizde *"Hangi sayının 3 eksiğinin yarısı 9 eder?"* türü sorularda bu strateji kısmen de olsa kullanılmaktadır.

11. derste sorulan *"Ali, Veli, Can bir işte çalıştıktan sonra toplam 300 lira alıyorlar. Her birinin parası farklı, parayı eşitlemek için Ali parasının yarısını Veli ile Can'a eşit dağıtıyor. Sonra Veli Ali'ye 10 lira veriyor. Başlangıçta paraları kaçar lira idi?*" problemi için Cennet ve Ece isimli öğrencilerden oluşan grubun cevabı Şekil 14'de görülmektedir.



Şekil 14. Cennet ve Ece'nin geriye doğru çalışma stratejisi ile ilgili probleme verdiği cevap

Bu gruptaki öğrenciler, önce en son durumda Ali, Veli ve Can'ın paralarının eşit olacağını düşünerek 300'ü üçe bölmüş ve 100 bulmuşlardır. Daha sonra, Veli, Ali'ye 10 lira verdiği için, bu işlemi geri almış ve Ali'den 10 lirayı çıkararak Veli'ye eklemişlerdir. Bu durumda ise Ali'nin 90, Veli'nin 110 ve Can'ın 100 lirası vardır. En son olarak, Ali parasının yarısını Veli ve Can'a verdiği için, Ali'nin parasını iki katına çıkarmışlar (90+90), sonra Veli ve Can'dan 90'ın yarısı olan 45 lirayı geri almışlardır. Yani başlangıçta Ali'nin 180, Veli'nin 65 ve Can'ın 55 lirası vardır.

Öğrencilerin çözdükleri problemlerle ilgili düşüncelerini yazdıkları kâğıtlarda (Şekil 15) deney grubundaki 28 öğrenciden 2 tanesi olumsuz ifade kullanmıştır. Bu ifadeler şöyledir:

"Bazı problemleriniz çok zor. Canım sıkılıyor. Onun için yapmıyorum." (Murat)

"Ben matematik dersini fazla sevmem. Bazı problemleri çözmeyi de sevmem."(Hülya)

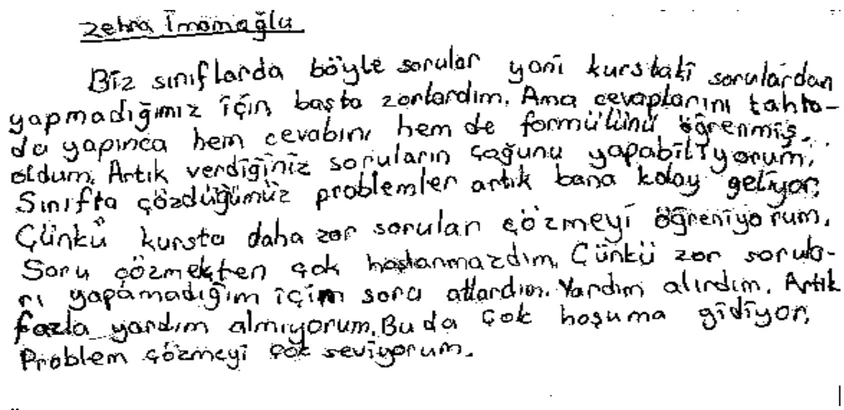
Olumlu ifadelerden birkaç tanesi ise şöyledir:

"Böyle bir çalışmaya katılmak beni çok memnun etti. Birçok şey öğrendim. Zor problemler beni uğraştırdı. Böylece zihnimi geliştirdim... Mantığımı kullanarak soruları çözmeyi öğrendim..."(Ece)

" Şimdiye kadar birçok problem çözdük zekâmızı geliştirdik. Aslında bulamasak ta önemli olan çözüm yollarını deneyerek bir sonuca ulaşmaktı... Aslında problemlerin hepsi kolaydı, ama aralarında zor olanları, benim çözemediklerim de vardı." (Özge)

" Problemler çok güzeldi. İlk geldiğimde sınıftaki gibi ders yapacağız sanmıştım. Ama öyle değilmiş. Yine de problemleri sevdim. Bazen grup halinde bazen de tek başıma yapıyordum" (Sefa)

"Ben problemlerin kafa yorup çözülmesini beğeniyorum. Deneyerek çözülen (tahmin ve kontrol stratejisi) problemlerden hoşlanıyorum. Arkadaşlarımızla problemleri dayanışma içinde çözdüğümüz için bu dersten hoşlanıyorum." (Mertcan)


Zehra İmamoğlu
Biz sınıflarda böyle sorular yani kurstaki sorulardan yapmadığımız için başta zorlardım. Ama cevaplarını tahtada yapınca hem cevabını hem de formülünü öğrenmiş oldum. Artık verdiğiniz soruların çoğunu yapabiliyorum. Sınıfta çözdüğümüz problemler artık bana kolay geliyor. Çünkü kursta daha zor soruları çözmeyi öğreniyorum. Soru çözmekten çok hoşlanmazdım. Çünkü zor soruları yapamadığım için sona atlardım. Yardım alırdım. Artık fazla yardım almıyorum. Bu da çok hoşuma gidiyor. Problem çözmeyi çok seviyorum.

Şekil 15. Öğrencilerin problemlerle ilgili düşüncelerini yazdıkları kağıtlardan bir örnek

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Araştırma yapılırken, baştan stratejiyi tanıtmak, stratejinin ne zaman ve nasıl kullanılacağını çocuklara aktarmak yolu seçilmedi. Bunun yerine, öğrencilerin geliştirdikleri stratejilerden yola çıkıldı ve bu stratejileri diğer öğrencilere aktarmaları, kendi aralarında tartışmaları sağlandı. Bundan sonra stratejinin adı yine sınıf tartışması ile belirlendi. Böyle bir sınıf ortamında, 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan bir problemle karşılaştıklarında çoğunlukla kendilerine özgü bir strateji geliştirebildikleri ve daha sonra bu stratejileri kullanabildikleri gözlendi. Bu araştırmanın en önemli sonuçlarından biri budur ve bu sonuçlar Lee (1982), Verschaffel, De Corte ve ark. (1999)'nın yaptığı deneysel çalışma sonucunda elde edilen, öğrencilerin rutin olmayan problem çözme stratejilerini kavrayabildikleri ve uygun stratejileri seçebildikleri sonuçları ile uyumludur.

Öğrenci çalışmaları ve gözlemler strateji bazında değerlendirildiğinde, yapılan tespitler şöyle özetlenebilir: Tahmin ve kontrol stratejisi ve geriye doğru çalışma stratejisi, rutin problemlerle uğraşma sırasında basit düzeyde kullanılmakta olmasına rağmen, öğrenciler tarafından çok benimsenmedi. Buna karşılık, şekil çizme ve sistematik liste yapma stratejilerini, öğrencilerin rahatça kullanabilmesi dikkat çekiciydi. Verschaffel, De Corte ve ark. (1999)'nın çalışmasında da en büyük ilerlemenin şekil çizme stratejisinde gerçekleşmesi ve bu stratejinin diğer stratejilerle ilgili problemlerin çözümünde de öğrenciler tarafından kullanılmış olması, üzerinde özenle çalışılması gerektiğini düşündürdü. Öğrencilerin uygulamada en zorlandıkları stratejiler ise bağıntı arama ve problemi basitleştirme stratejisi idi. Bu durum, bu stratejinin zihinsel gelişmeyle de bağlantılı olduğunu ve bu tür problemlerin öğretiminin bu sınıflarda basit düzeyde başlanmasının, fakat ağırlıklı olarak sonraki yıllara bırakılmasının daha doğru olacağını işaret etmektedir.

Öğrencilerin stratejileri kavradıklarını ve benimsediklerini gösterten bazı diğer göstergeler de vardı. Örneğin bazen öğrenciler bir problemi çözmek için farklı stratejilerin kullanılabileceğini farklı çözümlerin tartışılması sırasında keşfettiler. Bu durum özellikle teşvik edildi ve farklı bir strateji kullanan öğrencilerden bunu sınıfa aktarması istendi. Nitekim Gamze adlı öğrencinin tahmin ve kontrol stratejisine yönelik olarak sorulan *"Bu sabah evimin önünden geçen 7 bisiklet sürücüsü ve 19 bisiklet tekerleği saydım. Buna göre geçen bisikletlerden kaç tanesi iki tekerlekli, kaç tanesi üç tekerleklidir?"* bir problemi çözmek için şekil çizmeyi tercih etmesi bunun bir örneğidir (Şekil 2a).

Bir diğer gösterge ise, öğrencilerin bazen bir problemi çözebilmek için birden fazla stratejinin bir arada kullanılması gerekebileceğini anlamalarıydı. Örneğin Gözde ve Elif'in *"7 okul arkadaşı, mezun olduktan 5 yıl sonra buluşmaya karar verdi. Bir araya geldiklerinde her kişi diğeri ile el sıkıştı. Kaç el sıkışması olmuştur?"* probleme verdikleri cevap (Şekil 11), incelendiğinde, bu öğrencilerin önce bir ve iki kişi ile çözüme başlamaları onların bu noktada problemi basitleştirme stratejisini kullandıklarını göstermektedir. Bunun yanında, bu öğrenciler el sıkışmalarını temsil etmek için çizdikleri resimlerle şekil çizme stratejisini, el sıkışmalarının sayısı arasındaki düzenliliği keşfettiklerinde (önce 1 eklenmiş, sonra 2, sonra 3...) bağıntı bulma stratejisini de bu problemin çözümünde kullanmışlardır.

Herr ve Johnson (2002)'ın çalışmasında yer verilen bazı öğrenci çözümleri ile bu çalışmadan elde edilen öğrenci çözümlerinden bazılarının benzerliği dikkat çekmektedir (Şekil 2 ve Şekil 12). Bir başka ilginç nokta ise iki çalışmadaki öğrencilerin farklı yaş gruplarında olmalarıdır. Buradan, farklı yaş gruplarında olmalarına rağmen öğrencilerin bazı problemler için aynı düşünme sürecini geçirebileceği sonucu çıkarılabilir. Ayrıca bu durum, ilgili stratejilerin öğretimine hangi sınıflarda yer verilebileceği ile ilgili bir fikir de vermektedir. Ancak yaş düzeyine göre problemin içerdiği sayılar, zorluk düzeyi değişebilir.

Öğrencilerin çözdükleri problemlerle ilgili düşüncelerini yazdıkları kâğıtlara ve söyledikleri ifadelere bakıldığında şunlar dikkat çekmektedir: Öğrenciler uğraştıkları problemlerin, matematik derslerinde çözdüklerinden farklı, "mantık işi" problemler olduğunu belirtmişler, zor gelmesine rağmen yine de problemi çözmek için çaba göstermiş ve istekli davranmışlardır. Bunların yanında, bazı öğrenciler bireysel çalışmak yerine grup ile çalışmayı tercih etmişler, bazı öğrenciler ise beğendikleri stratejileri ifade ve onları daha çok benimsediklerini göstermişlerdir. Bu bulgular, Verschaffel, De Corte ve ark. (1999) yaptığı çalışmanın sonucunda elde edilen tutumda olumlu yöndeki gelişme, Asman ve Markowitz (2001) ile Higgins (1997)'in çalışmasındaki öğrencilerin kendilerine sunulan rutin olmayan problemleri, ders kitabındaki problemlerden daha "düşündürücü" ve "ilginç" bulmaları ile örtüşmektedir.

Öğrenciler eğitim sırasında stratejilere değişik adlar önermişlerdir. Bunlardan başlıcaları şöyledir: Deneme - yanılma, deneyerek yapma (tahmin ve kontrol), şekilleştirme (şekil çizme), ilişki arama (bağıntı bulma), basitten başlama, küçük sayılardan başlama (problemi basitleştirme), seçenekleri sırayla yazma, sırayla yapma (sistematik liste yapma), tersten başlama (Geriye doğru çalışma). Önerilen isimler strateji adları ile karşılaştırıldığında, öğrencilerin stratejinin kullanımını kavradıkları anlaşılmaktadır.

Polya (1957), matematik öğretirken rutin problemlerin gerekli olduğunu, ancak öğrencilere başka tür problem çözdürmemenin affedilemez bir hata olduğunu belirtmektedir. Çünkü ona göre düş gücü ve yargı için öğrenciye bir alan bırakan problem türü rutin olmayan problemlerdir (sy 169). Daha önce belirtildiği gibi, ülkemiz matematik programında içerilmesine rağmen, ne yazık ki uygulama bazında bu tür problemlere ve çözüm stratejilerine çok nadir rastlanmaktadır (Altun, Bintaş, Yazgan ve Arslan, 2004). Ülkemizde de, ders kitapları yazımında rutin olmayan problemler ve çözüm stratejilerine çok daha fazla yer verilmeli, öğretmenler için bu konuda kaynak materyal üretilmelidir ve bu durumun hızla telafi edilmesine ihtiyaç vardır.

Bu çalışma 4. ve 5. sınıf öğrencileri ile sınırlı tutulmuştur. Bu konu ile ilgili değişik sınıf düzeylerinde, daha büyük bir örneklemle ve daha uzun süreli gözlemlerin yapılması, hangi stratejilerin hangi sınıf düzeyinde öğretiminin uygun olacağının belirlenmesi açısından daha sağlam bilgilerin elde edilmesini sağlayabilir. Bunun yanında, stratejilerle ilgili eğitimin araştırmacı tarafından ve matematik dersinin haricinde verilmesi, öğrencilerin devamı ve öğrenilen stratejilerin pekiştirilmesi açısından sıkıntı yaratmıştır. Araştırmada ele alınan stratejiler konusunda eğitilmiş bir sınıf öğretmeninin bizzat bu eğitimi vermesi ve böylece onun eğitim verdiği öğrencilerin incelenmesi öğretimin bütünlüğü açısından daha yararlı olabilir.

KAYNAKÇA

Altun, M. (2005). *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları

Altun, M., Bintaş, J., Yazgan, Y.& Arslan C. (2004). *İlköğretim Çağındaki Çocuklarda Problem Çözme Gelişiminin İncelenmesi.* Bursa: Uludağ Üniversitesi, Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi.

Asman, D. & Markowitz, Z. (2001). The use of real word knowledge in solving mathematical problems. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed). *25th Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education*: Vol 2. (pp. 65-72). Netherlands: Utrecht University

Billstein, R., Libeskind S., Lott, J. W. (1996). A problem solving approach to mathematics for elementary school teachers. New York: Addison Wesley Longman Inc.

Herr, T. & Johnson K. (2002). *Problem solving strategies: crossing the river with dogs.* USA: Key Curriculum Press

Higgins, K. M. (1997). The effect of long instruction in mathematical problem solving on middle school students' attitudes, beliefs and abilities. *Journal of Experimental Education*, 66(1), 5-28

Lee, S. Kil (1982). Fourth graders' heuristic problem-solving behavior. *Journal For Research in Mathematics Education,* Vol13(2), 110-123

Milli Eğitim Bakanlığı (2006). *İlköğretim okulu matematik dersi öğretim programı.* Ankara: MEB Yayınları

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standarts for school mathematics.* Reston/VA: National Council of Teachers of Mathematics Pub.

Polya, G. (1957). *How to solve it?* Princeton: Princeton University Press.

Pugalee, D. K. (2001). Writing, mathematics and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, Vol101 (8), 236-245

Schoenfeld, A. H. (1991). What's all the fuss about problem solving ?. *Zentrallblatt fur Didaktik der Mathematik (ZDM)*, Vol23(1), 4-8

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense – making in mathematics, In D. Grouws (ed) *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp.334–370). NewYork: Mac Millian

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: a design experiment with fifth graders, *Mathematical Thinking & Learning.* Vol 1(3), 195-299

Yazgan, Y. (2002). *İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri üzerine bir çalışma*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.