



Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesirlerde Çarpma ve Bölme İşlemlerine Yönelik Kavramsal Anlamalarının İncelenmesi

Investigating Prospective Primary Teachers' Conceptual Understanding for Multiplication and Division in Fractions

Aslıhan Osmanoğlu, Trakya Üniversitesi, aslihanosmanoglu@trakya.edu.tr ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3549-3656>

Meriç Özgeldi, Mersin Üniversitesi, mericozgeldi@mersin.edu.tr ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4623-9397>

Öz. Bu çalışmanın amacı sınıf öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemine dair kavramsal anlamalarının incelenmesidir. Araştırmada 3. sınıfta öğrenim görmekte olan ve Matematik Öğretimi I dersini alan öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine verdikleri yanıtlardan yola çıkılarak kavramsal anlamaları incelenmiştir. Çalışma nitel bir çalışma olup, araştırmada 2015-2016 güz dönemi sonunda 142 öğretmen adayının kesirlerde biri çarpma, diğeri bölme işlemine yönelik olmak üzere iki işleme verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Bu çalışma ile öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yaklaşımları ve bunlara dair kavramsal anlamalarının nasıl düzenlendiği anlaşılmaaya çalışılmıştır. Bulguları desteklemek ve güçlendirmek amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan bir yazılı-görüşme protokolü gönüllü adaylara uygulanmıştır. Analiz aşamasında içerik analizi tekniğinden yararlanılmıştır. Bulgular, sınıf öğretmeni adaylarının referans birimleri belirlemede zorlandıklarını ve kavramsal anlama eksiği nedeniyle hatalar yaptıklarını, büyük çoğunluğunun işlemleri doğru modelleyemediklerini ve adayların genellikle dörtgenel alan modelini tercih ettiklerini ortaya koymuştur.

Anahtar Sözcükler: Kesirler, çarpma ve bölme, kavramsal anlama, sınıf öğretmeni adayları

Abstract. The aim of this study was to investigate prospective primary teachers' conceptual understanding for multiplication and division in fractions. In this study, third year prospective teachers' –who were taking Mathematics Teaching Methods I course- answers to the given multiplication and division problems in fractions were examined in order to understand their levels of conceptual understanding for operations in fractions. 142 prospective teachers were participated in this qualitative study at the end of the 2015-2016 fall semester. Their answers to 2 operations related to multiplication and division in fractions were examined. Prospective teachers' conceptual understanding of operations in fractions was tried to be understood. In order to support and strengthen the findings, a written-interview protocol with open-ended questions was also applied to the voluntary participants. In data analysis, content analysis technique was employed. The findings suggested that the prospective teachers had difficulty with determining the referent units and made mistakes because of their lack of conceptual understanding of operations in fractions, the majority of them could not model the operations correctly, and they mostly preferred rectangular area model.

Keywords: Fractions, multiplication and division, conceptual understanding, prospective primary teachers

SUMMARY

Introduction

Fractions are among the difficult and abstract concepts in mathematics (Ball, 1990; Ma, 1999; Toluk, 2002). Literature suggests that teachers and/or prospective teachers' knowledge for fractions might be insufficient (Ball, 1990; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Ma, 1999), and their conceptual understanding of operations in fractions is weak (Ball, 1990; Borko, Eisenhart, Brown, Underhall, Jones, & Agard, 1992; Ma, 1999; Unlu & Ertekin, 2012). These studies suggest that other than procedural knowledge, teachers' conceptual knowledge is limited (Izsak, 2008), and they have misconceptions related to operations in fractions and connections among them (Azim, 1995 as cited in Işıksal & Çakıroğlu, 2011; Borko et al., 1992). On the other hand, it is important that teachers conceptually have sufficient understanding of these concepts in order to be able to teach them (McDiarmid & Wilson 1991). When teachers do not have conceptual understanding in fractions, they tend to teach it through giving the rules (Kılcan, 2006), on the other hand, the elementary mathematics program underlines the importance of the use of materials as well as multiple representations in teaching mathematics (Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB], 2015). Literature also suggests that the use of multiple representations is necessary for a better understanding of fraction concept (Behr, Lesh, Post, & Silver, 1983).

In core of this discussion, in this study prospective teachers' conceptual understanding for multiplication and division in fractions was examined. The main research question was (1) What types of strategies do the prospective teachers have for multiplication and division in fractions?

Moreover, in order to better understand prospective teachers' conceptual understanding for operations in fractions, the extent that they can correctly model multiplication and division operations in fractions as well as the most preferred modeling type were also investigated.

Method

The participants of this study were 142 prospective primary teachers who were taking Mathematics Teaching Methods I course during 2015-2016 fall semester. To collect data, the participants were asked to answer 2 operations in fractions via modeling and also explain their answers. The questions asked were:

$$1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} \qquad 2\frac{1}{4} \div \frac{2}{3}$$

The study was qualitative in nature. More specifically, it was a case study (Yıldırım & Şimşek, 2008). In addition to the participants' answers and explanations related to the operations above, voluntary participants were also asked to answer 9 open-ended questions related to their ideas on the meaning of multiplication and division in fractions in order to strengthen the findings.

For the analysis of the data, content analysis technique was employed (Neuendorf, 2002). Accordingly, participants' answers to the operations were examined and their modeling and related explanations were grouped under the main themes and codes.

Results

Data analysis revealed that only about a quarter of the prospective teachers were able to correctly and flexibly identify the referent units in multiplication and division operations in fractions (22% and 25% respectively). The percentages of the participants who could not show flexibility in determining the referent units were 5% and 12% for multiplication and division. When the participants did not attend to the referent units (23% for multiplication and 14% for division), they mostly used the strategy of identifying requisite features in multiplication, and using a process of solving to select solutions in division.

Data analysis also revealed that 26% of the prospective teachers correctly modelled the multiplication operation, 16% modelled it half-correctly, 46% modelled it wrong, and 12% could not provide a modeling. In division operation, these percentages were 24%, 7%, 47%, and 22% respectively.

The majority of the prospective teachers preferred area model both in multiplication and division operations (89% and 72% respectively). Among those, 86% and 62% preferred rectangular, and 3% and 10% preferred circular area model for multiplication and division operations respectively. Participants who preferred set model were only 3% for multiplication operation, and 6% for division operation. There were no prospective teachers who preferred length model in multiplication operation while only one participant used it in division operation. Participants' percentages who could not model the operations were 13% and 22% for multiplication and division operations respectively.

Discussion and Conclusion

In line with the literature (Armstrong & Bezuk, 1995; Ball, 1990; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Ma, 1999), the present study revealed that the percentages that the prospective teachers correctly modeling the operations in fractions and their ability to correctly identifying the referent units in operations were quite low (about 20%). As Lee, Brown, and Orrill (2011) suggest, teachers' ability to identify the referent unit and flexibly using it affect their ability to understand and reason about the representations. When teachers have difficulty with identifying the referent units, their strategies have limited generalization and they lead them to make mistakes (Lee et al., 2011). Then, it is important to develop prospective teachers' ability to identify and flexibly use the referent units. As Ball (1990) and Izsak (2008) suggest teachers lack conceptual understanding of operations in fractions, but it is vital that they have conceptual understanding in order to teach it to their students (McDiarmid & Wilson 1991). Then, it might be effective to underline more the meaning behind the operations in fractions during initial teacher education.

Another finding of the present study was that prospective teachers heavily preferred rectangular area model while solving operations in fractions. This finding is in line with the literature. For example, Ni (2001) suggests that the highest performance of the students was on area model while it was lower on set model, and it was the lowest on length model. At this point, Lee et al. (2011) suggest that teachers' ability to model and reason about the given models in fraction multiplication should be taken beyond area model. Teachers' difficulty with different representations points to their lack of conceptual understanding, and this influences their ability to support students' ideas. Then, providing more opportunities for prospective teachers to experience the use of multiple representations and to reason about different modeling through extra-curricular activities such as selective courses might be effective in developing their conceptual understanding of operations in fractions. When it is considered that these prospective teachers will be the ones who will teach the concepts to their future students, it can be clearly seen why it is important to diminish the deficiencies in their understanding.

GİRİŞ

Matematik öğretme ve öğrenme noktasında öğretmen bilgisinin rolü büyüktür (Ball, 1990; Hill, Rowan ve Ball, 2005). Ball, Thames ve Phelps (2008) öğretmenlerin öğretecekleri konu ve nasıl öğretileceği hakkında sağlam bir bilgiye sahip olmalarının öğrencilerinin anlamlı öğrenme gerçekleştirebilmeleri adına gerekli olduğunu ifade etmektedir. Borko ve Putnam (1996) kavramsal anlamaya sahip olan ve işlemlerin altında yatan nedenleri açıklayabilen öğretmenlerin öğrenci sorularını cevaplayabilecekleri ve kavramlar arasındaki ilişkileri açıklayabileceklerine işaret etmektedir (aktaran Işıksal ve Çakıroğlu, 2011). Bu noktada alan bilgisinin ötesinde, öğretmenlerin öğretecekleri konuları öğrencilerin daha iyi anlayabilecekleri şekilde ifade edebilmelerinin ve uygun gösterimleri kullanabilmelerinin önemi ortaya çıkmaktadır (Shulman, 1986). Shulman'a (1986) göre öğretmenlerin sahip oldukları alan bilgilerini öğrenci anlamalarını artıracak şekilde kullanabilmeleri önemlidir ve pedagojik alan bilgisi (PAB) adı verilen bu bilgi türü, temel olarak alan bilgisini öğrencilere aktarabilme becerisidir. Bu kapsamda PAB, öğrenciye kazandırılmak istenen kavramların anlaşılabilirliğini artırmak amacı ile kullanılacak her türlü temsil, örnek, gösterim ve açıklamaları kapsar (Shulman, 1986). Doğrudan öğrenci öğrenmeleri ile ilişkili olan bu bilgi türünün çalışılması önemlidir; çünkü öğretmenlerin kavramsal anlamaları ile ilişkili olan PAB'ları verecekleri öğretimin kalitesine işaret etmektedir.

Öğretmenlerin kavramsal anlamalarının öne çıktığı alanlardan biri de kesirler konusudur, çünkü kesirler konusu ilkökul düzeyinde zor ve soyut kabul edilen alanlardan biridir (Ball, 1990; Toluk, 2002). Ma (1999) bölme işleminin en zor işlem olduğuna ve kesirlerin de en zor konulardan biri olduğuna işaret etmektedir. Buna göre, kesirlerin ve kesirlerde işlemlerin öğretiminde izlenen yöntemler bu zorlukları artırabilmektedir. Bu noktada alan yazın, öğretmen ve/veya öğretmen adaylarının kesirler ve kesirlerde işlemler konusunda bilgilerinin yetersiz olabildiğine işaret etmektedir (Ball, 1990; Erdem, Gökkurt, Şahin, Başbüyük ve Soylu, 2015; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Ma, 1999).

Alan yazına bakıldığında öğretmenlerin kesirlere yönelik bilgilerinin ölçmeye yönelik çeşitli çalışmalar yapıldığı görülmektedir (An, Kulm ve Wu, 2004; Armstrong ve Bezuk, 1995; Işıksal ve Çakıroğlu, 2011; Lamberger ve Wiest, 2015; Ma, 1999; Sowder, Philipp, Armstrong ve Schappelle, 1998'den aktaran Izsak, 2008). Örneğin, Armstrong ve Bezuk (1995) çalışmalarında ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerde çarpma işlemine yönelik bir problem durumunda problemi modellemede ve bütünü ya da uygun birimi belirlemede zorluk yaşadıklarını ortaya koymuştur. Benzer şekilde, Sowder ve diğerleri (1998) bir ortaokul öğretmenin alan modeli üzerinden kesirlerde çarpma işleminin mantığını açıklamada yaşadığı zorlukları açıklamıştır (aktaran Izsak, 2008). Ma'nın (1999) Amerika ve Çin'deki öğretmenlerle gerçekleştirdiği çalışmasında ise öğretmenlerin kesirlerde bölme sorularına verdikleri cevaplar incelendiğinde Amerikalı öğretmenlerin bu konuya dair bilgilerinin Çinli öğretmenlere kıyasla daha zayıf olduğu görülmüştür. Çalışmada Amerikalı öğretmenlerden yalnızca bir tanesi kesirlerde bölmenin anlamını ifade eden gösterimi oluşturabilmiştir. Paralel şekilde alan yazında öğretmen adaylarının kesir bilgilerine yönelik çeşitli çalışmalar da yer almaktadır (Altay ve Erhan, 2017; Azim, 1995; Ball, 1990; Borko, Eisenhart, Brown, Underhall, Jones ve Agard, 1992; Erdem ve diğerleri, 2015; Gökkurt, Şahin, Soylu ve Soylu, 2013; Işık ve Kar, 2012; Lee, 2017; Olanoff, Lo ve Tobias, 2014; Rosli, Han, Capraro ve Capraro, 2013; Sezer, 2012; Unlu ve Ertekin, 2012; Zembat, 2007). Örneğin öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen bir çalışmada kesrin kesre bölümüne yönelik bir işlemi yapmaları, problem üretmeleri/modellemeleri ve mantığını açıklamaları istenen adayların, işlemi doğru bir şekilde yapabilmelerine karşın ağırlıklı olarak işleme uygun bir gösterim oluşturamadıkları ve kesirlerde bölme işlemini anlamlandırmada zorluk yaşadıklarını ifade ettikleri görülmüştür (Ball, 1990). Öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerinde kullandıkları informal stratejilerin incelendiği bir diğer çalışmada ise standart algoritmalar dışında adayların geliştirdikleri stratejilerin kullanımının düşük olduğu tespit edilmiştir (Altay ve Erhan, 2017). Çalışma bulguları ayrıca informal stratejilere dâhil olan alan ve küme modeli kullanımının kesirlerde çarpma ve küme modeli kullanımının kesirlerde bölmede oldukça düşük olduğuna işaret etmektedir. Gökkurt ve diğerlerinin (2013) çalışmasında ise sınıf öğretmeni adaylarının her ne kadar kesir kavramına yönelik (sıralama, toplama, çıkarma ve

çarpma işlemlerine yönelik) öğrenci hatalarını belirleyebilseler de bunların giderilmesine yönelik bilgilerinin yeterli olmadığı sonucuna varılmıştır. Erdem ve diğerlerinin (2015) 104 son sınıf ortaokul matematik öğretmeni adayının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerini modelleme becerilerini incelediği çalışmada da adayların işlemleri modelleme becerilerinin orta seviyede kaldığı görülmüştür. Benzer şekilde, öğretmen adaylarının kesirlere ilişkin bilgilerine dair alan yazındaki çalışmaların derlendiği bir çalışmada da, adayların işlemsel bilgilerinin güçlü olduğu, öte yandan işlemlerin altında yatan mantığı kavrayamadıkları ortaya konmuştur (Olanoff ve diğerleri, 2014). Borko ve diğerlerinin (1992) çalışmada ise kesirlerde bölmede ters çevirip çarpma kuralını açıklaması istenen bir öğretmen adayının, iki kesrin bölümüne yönelik bir problem durumu üretmeye ve alan modeli ile göstermeye çalışırken kesirlerin çarpımına yönelik bir problem geliştirdiği görülmüştür. Işık ve Kar'ın (2012) son sınıf öğretmen adaylarıyla gerçekleştirdiği ve adayların kesirlerde bölme işlemlerine yönelik kurdukları problemlerdeki hataları tespit etmeyi amaçladığı çalışmada ise öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin düşük olduğu tespit edilmiştir. Çalışma kapsamında belirlenen 7 hata kategorisinden biri de birimleri karıştırmadır. Sonuçlar öğretmen adaylarının kesirlerde bölmeye yönelik kavramsal anlamalarının zayıf olduğuna işaret etmektedir. Zembat'ın (2007) 153 son sınıf öğretmen adayıyla gerçekleştirdiği çalışma bulguları da adayların kesirler, kesirlerde bölme ve birimlere yönelik kavramsal anlamalarında eksiklik olduğunu göstermektedir. Rosli ve diğerleri (2013) de öğretmen adaylarının kesirlerde işlemlere yönelik bilgilerinin zayıf olduğuna ve kesirlerin öğretiminde modellemelere yer verilmesi gerektiğine işaret etmektedir. Azim'in (1995) çalışmada sınıf öğretmen adaylarının yarıdan fazlasının matematik öğretimi dersi öncesinde basit kesirlerde çarpmaya dair bir fikirlerinin olmadığı görülmüştür (aktaran Işıksal ve Çakıroğlu, 2011). Bu ve benzeri çalışmalar göstermektedir ki, öğretmen ve öğretmen adaylarının işlemsel bilginin ötesinde kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kavramsal bilgileri sınırlıdır (Izsak, 2008) ve öğretmenler bu işlemlere ve işlemler arasındaki ilişkilere yönelik kavram yanılgılarına sahiptir (Azim 1995'den aktaran Işıksal ve Çakıroğlu, 2011; Borko ve diğerleri, 1992). Oysaki öğretmenlerin kesirlerde işlemleri kavramsal olarak anlamlandırmaları ileride öğrencilerinin bu kavramları anlayabilmeleri için şarttır (Lee, 2017; McDiarmid ve Wilson, 1991). Bu kapsamda kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik yapılacak çalışmalar, öğretmen adaylarının kesir kavramına yönelik kavramsal anlamalarını ortaya çıkarmak bakımından önemlidir.

Sonuç olarak, bilgi yetersizliği yaşayan öğretmenler kesirlerde işlemleri kural vererek öğretme yolunu tercih etmektedir (Kılcan, 2006). Öte yandan, ilkökul matematik dersi öğretim programı incelendiğinde, konuların öğretilmesinde materyal kullanımı ve farklı gösterim/modellemelere yer verilmesinin büyük önem arz ettiği görülmektedir (Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB], 2015). Kesirlerin öğretiminde öğretmen ve öğrencilerden somut materyal ve çeşitli modellemelerden yararlanmaları beklenmektedir. Kesir kavramı ve kesirlerde işlemlerde kullanılacak gösterimler temel olarak, somut materyaller, alan modeli, set/küme modeli, sayı doğrusu ve sembolik gösterimlerden oluşmaktadır (van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). Farklı gösterimlerin kullanılması ile öğrenciler problem durumları üzerinden kesir kavramını ve kesirlerde işlemleri anlamlandırabileceklerdir. Literatür de farklı modellemelerin birlikte kullanılmasının kesir kavramının daha iyi anlaşılmasında gerekli olduğuna işaret etmektedir (Behr, Lesh, Post ve Silver, 1983).

Kuramsal Çerçeve

Lee, Brown ve Orrill'in (2011) ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirler ve ondalık kesirlere yönelik gösterimlere dair akıl yürütmelerini inceledikleri çalışmalarında, öğretmenlerin kesirlerde referans birimi (referent unit) rahat bir şekilde belirleyebilme ve kullanabilme becerilerinin, matematik bilgilerini daha sağlıklı bir şekilde kullanabilmelerine yardımcı olduğu sonucuna varılmıştır. Jacobson ve Izsak (2015) referans birimlerin kesirlerde kavramsal anlamının önemli unsurlarından biri olduğunu belirtmektedir. Son ve Lee (2016) ise öğretmen/öğrencilerin kesirlerde çarpmada modelleme kullanabilmeleri için referans birimleri kavramaları gerektiğinin altını çizmektedir. Burada referans birim, işlem yapılırken dikkate alınması gereken bütüne işaret etmektedir. Örneğin $3/4$ 'ün $1/3$ 'i dendiğinde öncelikle 4 eş

parçaya bölünmüş olan bütünün 3 eş parçası alınmalı; ardından seçilen 3 eş parça bütün kabul edilerek bunlardan da 1 tanesi alınmalıdır. $3/4$ 'ün içinde kaç tane yarım olduğunun bulunması gereken bir durumda ise $3/4$ 'ün içinde aranacak olan yarım, başlangıçta seçilen bütünün yarısı olmalıdır. Referans birimi belirleyebilme ve rahat şekilde kullanabilme becerisine sahip olmayan öğretmenlerin tercih ettikleri stratejilerin sınırlı genellenebilirliğe sahip olduğu ve işlemlerde hatalara yol açtığı görülmüştür (Lee ve diğerleri, 2011). Buna göre, Lee ve diğerleri (2011) çalışmasında, öğretmen stratejilerini alan modeli ve uzunluk modeli için şu şekilde belirlemiştir: referans birimleri dikkate alma ve dikkate almama. Referans birimlerin dikkate alındığı durumda stratejiler, referans birimi belirleyebilme ve rahat şekilde belirleyememe; dikkate alınmadığı durumda ise zorunlu özellikleri belirleme, cevapla eşleşen çizimi bulma, cevabı seçmede çözüm yöntemi kullanma ve ölçme yapma olarak belirlenmiştir. Bunlar dışındaki stratejiler ise diğer başlığı altında ele alınmıştır. Bu stratejilere ilişkin açıklamalar Tablo1'de özet bir şekilde sunulmaktadır.

Tablo 1. Kesirlerde işlemlere yönelik öğretmen stratejileri (Lee ve diğerleri, 2011, s.208)

Referans birimleri dikkate alma	Referans birimleri belirleyebilme	Bütünün ve parçaların bütünle ilişkisinin açıklanabilmesi
	Referans birimleri rahat belirleyememe	Bütünü ya da referans birimi doğru belirleyememe
Referans birimleri dikkate almama	Zorunlu özellikler	Sembol ve sayılardan yola çıkma. Örneğin kesirlerde çarpmada ortak taralı alanlara bakarak paya, bütün içinde paydaların çarpımı kadar parça arayarak paydaya karar verme
	Cevapla eşleşen çizim	Cevaba uyan modele yoğunlaşma. Sadece doğru sonuca odaklanarak model doğru işleme ait olmasa bile doğru sonucu verdiği için kabul etme
	Cevapları seçmede çözüm yöntemi kullanma	Algoritmadan yararlanarak seçim yapma. Örneğin kesirlerde bölmede ters çevirip çarpma fikrini kullanarak uygun modeli seçme
	Ölçme yapma	Cevabı bulmada ölçmeden yararlanma

Lee ve diğerlerinin (2011) ortaya koymuş olduğu referans birim fikrinden yola çıkılarak öğretmenlerin kesirlerde işlemlere yönelik bilgileri incelenilmekte ve kavramsal anlamaları ortaya konabilmektedir. Bu çalışmada da geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik işlemlere verdikleri cevapların incelenmesi aşamasında referans birimleri belirleyebilme/belirleyememe durumları araştırılarak kavramsal anlamalarının ortaya konulması amaçlanmıştır; çünkü referans birimleri belirleyebilme becerisi öğretmenlerin öğrencilerinin kendi bilgilerini geliştirebilmelerini sağlamaları ve öğrencilerin akıl yürütmelerini yorumlayabilmeleri açısından sahip olması gereken bir beceridir (Lee ve diğerleri, 2011).

Araştırmanın Önemi ve Araştırma Sorusu

Alan yazında öğretmen/öğretmen adayı bilgisine yönelik çalışmalar genellikle öğretmenlerin alan ve pedagojik alan bilgisinin incelenmesine yöneliktir. Bu çalışmalarda, öğretmen ve öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik çizim kullanırken referans birimleri belirleyebilme becerilerine dair çalışmaların azlığı göze çarpmakta ve bu durum bu konuda yapılacak çalışmaların artırılmasının önemine işaret etmektedir (Lee, 2017). Bu çalışmada, kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik öğretmen adaylarının kavramsal anlamalarının incelenmesi aşamasında ana amaç, adayların yaptıkları modellemeler ve açıklamalar üzerinden referans birimleri belirleyebilme durumlarının tespit edilmesidir.

Öğretmenlerin referans birimlere dair akıl yürütmelerindeki eksiklikler, kesirlerde işlemlerin öğretiminde modellemelerden etkili bir şekilde yararlanmalarını engellemektedir (Izsak, 2008). Ayrıca, Izsak'ın (2008) da vurguladığı gibi, kesirlere yönelik çalışmalarda ağırlık verilen kesirlerde bölme ve ondalık kesirlerde çarpma işlemlerinin ötesinde, bu çalışmada, kesirlerde bölmenin yanı sıra, daha az çalışılan kesirlerde çarpma işlemine de yer verilmiştir. Öğretmen adaylarının geleceğin öğretmenleri olduğu dikkate alındığında, işlemlere yönelik kavrayışlarının incelenmesinin önemi ortaya çıkmaktadır (Tirosh ve Graeber, 1991).

Tüm bunların ışığında, bu çalışmanın temel amacı, öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik kavramsal anlamalarının ortaya konmasıdır. Bu amaçla çalışmada yanıtlanması amaçlanan ana araştırma sorusu şöyledir: (1) Öğretmen adayları kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik ne tür stratejiler geliştirmektedir?

Ayrıca adayların kesirlerde işlemlere yönelik kavrayışlarını daha derinlemesine anlayabilmek amacıyla kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerini ne oranda doğru modelleyebildikleri ve kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerinde daha çok hangi modelleme yöntemini tercih ettikleri de incelenmiştir.

YÖNTEM

Çalışma nitel bir çalışma olup, çalışmada durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Belirli bir duruma ilişkin açıklayıcı bilgi sunulması ve derinlemesine sonuç ortaya konulmasının amaçlandığı bu yöntemde *nasıl, niçin, ne* gibi sorulara yanıt aranmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008; Yin, 2009). Eğitim alanında güçlü bir yöntem olarak kullanılan durum çalışmalarında bağlam ön plana çıkmakta, araştırmanın konusu olacak durum –sınırlandırılmış olmak şartıyla- birey (öğrenci/öğretmen), sınıf, okul ya da öğretim programı olabilmektedir (Cohen, Manion ve Morrison, 2007; Merriam, 2009; Stake, 1995). Bu çalışma kapsamında incelenecek durum, bir ders dönemi ve Trakya Üniversitesi Sınıf Öğretmenliği bölümü 3. sınıf öğrencilerinin kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik birer işleme verdikleri yanıtlarla sınırlandırılmıştır.

Merriam (2009) eğitim gibi alanlarda süreç, sorun ve programların durum çalışmalarıyla incelenmesi ile ulaşılabilecek derinlemesine bilgi neticesinde uygulamanın geliştirilmesinin söz konusu olabildiğini vurgulamaktadır. Durum çalışmaları ile eğitimciler ve öğretmenler kendi sınıflarında öğrencilerine ve öğretim programlarına ilişkin sorulara yanıt aramak amacıyla çalışmalar gerçekleştirebilmekte ve bağlama bağlı kalarak öğretimlerini ve karşılaştıkları sorunların nedenlerini inceleyebilmektedir (Leymun, Odabaşı ve Yurdakul, 2017). Bu çalışmada, öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerini modellerken referans birimleri belirleyebilme ve kullanabilme becerilerindeki sorunlar nedenleri ile incelenmektedir. Bununla birlikte, bu çalışmanın gerçekleştirildiği ders, içeriği Yüksek Öğretim Kurumu (YÖK) tarafından sağlanan ve İlkokul Matematik dersi öğretim programı kapsamı gereği öğretmen adaylarının farklı modellemeler üzerinden kesirlerin öğretimine de yönelik eğitim aldıkları bir derstir. Bu ders kapsamında gerçekleştirilen araştırmada, kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik öğretmen adaylarının kavramsal anlamalarının incelenmesinde amaç, adayların yaptıkları modellemeler ve açıklamalar üzerinden durumlarının tanımlanması ve yorumlanması olduğundan çalışma bir durum çalışması niteliğindedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcılarını, Trakya Üniversitesi Sınıf Öğretmenliği bölümünde okuyan ve 2015-2016 güz döneminde birinci araştırmacıdan Matematik Öğretimi I dersini almış olan 142 üçüncü sınıf öğretmen adayı (110 kız, 32 erkek) oluşturmaktadır. Birinci yazar uzun yıllardır Sınıf Öğretmenliği bölümünün Matematik Öğretimi I ve II derslerini yürütmektedir. Ders kapsamında öğretmen adayları, ilkökul düzeyindeki matematiğe ve matematik öğrenme alanlarına yönelik öğretimin nasıl gerçekleştirilmesi gerektiğine dair öğretim almaktadır. Bu derste, öğretmen adaylarına matematik öğretiminin nasıl gerçekleştirilmesi gerektiği, ilkökul matematik dersi programı ve içeriği, problem çözme ve problem-tabanlı ders planlama, öğrencilerin karşılaştıkları kavram yanılgıları ile doğal sayılar ve kesirlerden oluşan Sayılar ve İşlemler öğrenme alanı ile

Ölçme, Geometri ve Veri İşleme öğrenme alanlarına yönelik öğretimin nasıl gerçekleşmesi gerektiğine dair öğretim verilmektedir.

Sayılar ve İşlemler öğrenme alanı altında yer alan kesirler ve kesirlerde işlemlerin öğretimine ders kapsamında üç saatlik bir ders saati ayrılmıştır. İlgili derste kesirler ve kesirlerde işlemlerde farklı modelleme yöntemlerinin (alan modeli, set/küme modeli, uzunluk modeli) mantığı çeşitli problem ve örnekler üzerinden kavratılmaya çalışılmaktadır. Ders saati dışında da verilen ödev ve çalışmalar üzerinden kavramsal anlamının geliştirilmesi hedeflenmektedir. Öğrenci öğrenmelerini artırmak adına ders kapsamında modelleme türlerinin her birine ayrı ayrı yer verildiği gibi bu modeller arasındaki doğrudan ilişki de kavratılmaya çalışılmıştır (van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). İlkokul düzeyinde matematik dersi programında kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik kazanım bulunmamasına rağmen dersi veren araştırmacı bütünlüğün sağlanması ve kesirlerde işlemler arasındaki ilişkinin ve kesirlerde çarpma ve bölmenin mantığının kavranabilmesi açısından –doğal sayılarda işlemlerle de ilişki kurularak– dört işlemi birlikte ele almaktadır.

Veri Toplama

Çalışma verilerini öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik işlemlere verdikleri yanıtlar ve bu yanıtlara ait yazılı açıklamaları oluşturmaktadır. Buna göre, adayların Matematik Öğretimi I dersini tamamlamalarının ardından, biri kesirlerde çarpma, diğeri ise kesirlerde bölme işlemine yönelik olmak üzere iki işleme verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Adayların sorulara verdikleri yanıtların akademik bir çalışma için kullanılacağı belirtilmiş ve isimlerinin hiçbir şekilde paylaşılmayacağı konusunda adaylar bilgilendirilmiştir. Ayrıca bulgular kısmında öğretmen adaylarının gerçek isimleri yerine takma isimler kullanılmıştır.

Çalışma kapsamında kullanılan iki soru, Ma'nın (1999) çalışmasında kesirlerde bölme işleminde kullandığı gibi sembolik formdadır. Adaylara yöneltilen ve modelleme yapmak suretiyle çözmeleri istenen sorular şunlardır:

$$1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} \qquad 2\frac{1}{4} : \frac{2}{3}$$

Adayların sorulara verdikleri cevaplar ve cevaplarına dair yazılı açıklamaları incelenerek öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yaklaşımları ve bunlara dair kavramsal anlamalarının nasıl düzenlendiği anlaşılmasına çalışılmıştır. Ayrıca, bulguların desteklenmesi ve güçlendirilmesi amacıyla araştırmacılar tarafından hazırlanmış olan ve 9 açık uçlu sorudan oluşan bir yazılı-görüşme protokolü, ulaşılabilen gönüllü adaylara uygulanmıştır (bkz. Ek). Böylece Izsak'ın (2008) da belirttiği gibi, ders ve görüşme verilerinin bir araya getirilmesi suretiyle öğretmen bilgisinin daha sağlıklı şekilde incelenmesi hedeflenmiştir. Öğretmen adaylarının sorulara verdikleri yanıtlardan elde edilen bulguların yazılı görüşme sorularına verdikleri açıklayıcı cevaplarla desteklenmesinin bulguların geçerliğini artıracığı düşünülmektedir.

Veri Analizi

Çalışmanın veri analizi aşamasında içerik analizi tekniğinden yararlanılmıştır (Neuendorf, 2002). Buna göre, adayların işlemlere yönelik sorulara verdikleri yanıtlar ve bunlara dair yaptıkları açıklamalar tek tek incelenmiş ve cevaplarda kullanılan modellemeler ve ilgili açıklamalardan yola çıkılarak sınıflandırmaya gidilmiştir.

Analizlerde, ana araştırma sorusu için Lee ve diğerlerinin (2011) ortaya koyduğu referans birim fikrinden yola çıkılmıştır. Çalışma kapsamında öğretmen stratejilerinden referans birimi dikkate alma durumunda referans birimi belirleyebilme ve referans birimi rahat belirleyememe stratejileri kodlanmıştır. Referans birimlerin dikkate alınmadığı durumlarda ise zorunlu özellikleri belirleme, cevapla eşleşen çizim ve çözüm yöntemi kullanma stratejileri ele alınmıştır. Bu aşamada Strauss ve Corbin'in (1990) kodlama biçimlerinden biri olan *genel bir çerçeve içinde yapılan kodlama* tekniğinden yararlanılarak (aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 232) alan yazında yer alan bazı temel çalışmalardan yola çıkılmak suretiyle (Ball, 1990; Borko ve diğerleri,

1992; Harel ve Behr, 1995; Izsak, 2008) bazı kodlar detaylandırılmıştır. Buna göre, zorunlu özellikleri belirleme kapsamında adayların kavramsal anlama eksikliklerine rağmen ortak taralı alan ve bütünü eş parçaları fikrine yoğunlaşabilme durumlarının yanı sıra kesir ifadelerini modelleme ve kesirlerde işlemleri doğal sayılarda işlemler olarak algılama durumları; cevapla eşleşen çizim kapsamında sadece cevaba uyan modeli çizme durumları; ve çözüm yöntemi kullanma kapsamında ezber algoritmik kurallardan yola çıkma durumları ele alınmıştır. Belirtilen kategorilere girmeyen durumlar ise diğer kodu altında ele alınmış ve bu kod kapsamında çarpma yerine bölme ve bölme yerine çarpma işlemi yapma durumları kodlanmıştır. Buna göre ana araştırma sorusunun cevaplandırılması aşamasında kullanılan tema ve ilgili kodların son halleri Tablo 2'deki gibidir. Bu çalışmada, kesirlerde işlemlere yönelik öğretmen stratejilerine dâhil olan ölçme yapma stratejisine (Lee ve diğerleri, 2011) yer verilmemiştir. Analiz aşamasında ayrıca öğretmen adaylarının yazılı görüşme protokolüne verdikleri yanıtlar da incelenmiş ve adayların kesirlerde çarpma ve bölme yaparken yaşadıkları zorluklara ve tercihlerine dair açıklamalarından yararlanılarak daha detaylı inceleme sağlanmıştır. Kodlama aşamasında araştırmacıların bireysel kodlamalarının karşılaştırılması sonrasında ilgili yüzde değerleri belirlenmiş ve ardından söz konusu anlaşmazlıklar giderilmiştir. Buna göre, ilk kodlamalar sonrasında belirlenen kodlayıcılar arası tutarlık değerleri çarpma işlemi için %81 ve bölme işlemi için %89 iken, yapılan ikili görüşmelerden sonra kodlayıcılar arası tam tutarlık sağlanmıştır.

Tablo 2. Öğretmen adaylarının tercih ettikleri stratejilere yönelik tema ve kodlar

Temalar	Kodlar	Açıklamalar
Referans birimleri dikkate alma	Referans birimleri belirleyebilme	Bütünü ve parçaların bütünlü ilişkisinin açıklanabilmesi
	Referans birimleri rahat belirleyememe	Bütünü ya da referans birimi doğru belirleyememe
Referans birimleri dikkate almama	Zorunlu özellikleri belirleme	Sembol ve sayılardan yola çıkma (örneğin kesirlerde çarpmada ortak taralı alanlara bakarak paya, bütünü içinde paydaların çarpımı kadar parça arayarak paydaya karar verme)
		Sadece verilen kesir ifadelerini modelleyip bırakma
	Cevapla eşleşen çizim	Kesirlerde işlemleri doğal sayılarda işlemler gibi okuma
	Cevapları seçmede çözüm yöntemi kullanma	Cevaba uyan modele yoğunlaşma. Sadece doğru sonuca odaklanarak -model doğru işleme ait olmasa bile- doğru sonucu verdiği için kabul etme
		Algoritmadan yararlanarak seçim yapma (örneğin kesirlerde bölmede ters çevirip çarpma fikrini kullanarak uygun modeli seçme)
Diğer		Çarpma yerine bölme, bölme yerine çarpma işlemi yapma

Çalışma kapsamında ayrıca adayların kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerini ne oranda doğru modelleyebildiklerine dair doğru/yanlış kodlamasına gidilmiş ve ilgili yüzde değerleri hesaplanmıştır. Buna göre, öğretmen adaylarının işlemlere yönelik geliştirdikleri modeller doğru-2, yarı doğru-1, yanlış-0 ve boş-3 olmak üzere puanlanmıştır. Buna göre modelleme ve açıklama doğru ise 2 puan, model doğruyken kavramsal açıklama yetersizse ya da açıklama yeterli iken modellemede hata varsa 1 puan, model ve açıklama yanlış ise 0 puan ve soru boş bırakılmış ya da sadece verilen kesirler modellenmişse 3 puan verilmiştir. Puanlama aşamasında

araştırmacılar verileri bireysel olarak kodlamış ve yapılan kodlamalar araştırmacılar tarafından bir araya gelinerek karşılaştırılmıştır. Belirlenen ufak anlaşmazlıklar tartışılarak giderilmiş ve bu süreç sonrasında kodlayıcılar arası tam tutarlık sağlanmıştır.

Adayların sıklıkla tercih ettikleri modellemelerin araştırıldığı aşamada ise alan modeli kullanımı 1 kodu (dörtgenel alan modeli 1-1 ve dairesel alan modeli 1-2 olmak üzere), set/küme modeli kullanımı 2 kodu, uzunluk modeli kullanımı ise 3 kodu ile kodlanmıştır. Boş bırakılan modellemeler ise 4 ile kodlanmıştır. Bireysel kodlamalar sonrasında araştırmacılar yine yaptıkları kodlamaları karşılaştırmış ve anlaşmazlıklar giderildikten sonra ilgili yüzde değerleri belirlenmiştir.

Analizi yapılan verilere ilişkin yüzde ve frekans değerleri üzerinden öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kavramsal anlamalarının ortaya konulmasına çalışılmıştır. Huberman ve Miles'in (1994) önerdiği gibi nitel araştırmalarda veri kodlarının sayılması ve frekans değerlerinin sunulması mümkündür (aktaran Creswell, 2007). Yıldırım ve Şimşek (2008) de nitel verilerin nicelleştirilmesinin güvenilirliği artırdığını, yanlılığı azalttığını ve temalar arasında karşılaştırma yapma fırsatı sağladığını belirtmektedir.

BULGULAR

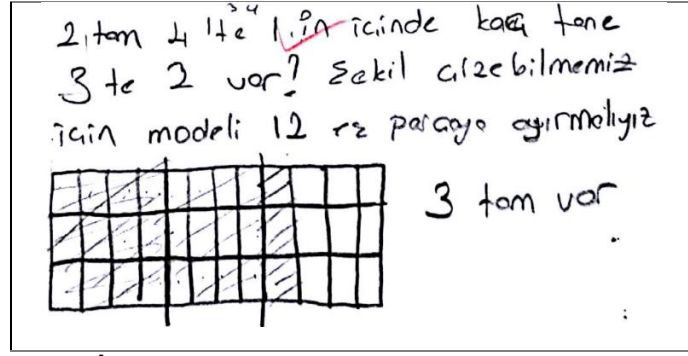
Öğretmen Adaylarının Kesirlerde Çarpma ve Bölme İşlemlerinde Referans Birimleri Belirleyebilme Durumları

Öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerinde referans birimleri dikkate alma durumları incelendiğinde, Tablo 3'te belirtildiği üzere, referans birimleri dikkate alan adayların yaklaşık dörtte birinin kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerini modellerken referans birimini belirleyip kullanabildikleri tespit edilmiştir (sırasıyla %22 ve %25). Referans birimi rahat bir şekilde belirleyemeyenlerin oranları ise çarpma ve bölme için sırasıyla %5 ve %12'dir.

Tablo 3. Adayların kesirlerde çarpma ve bölme işlemi için tercih ettikleri stratejiler

	Referans birimleri dikkate alma (%, f)		Referans birimleri dikkate almama (%, f)			Diğer (%, f)	Boş (%, f)
	Referans birimleri belirleyebilme	Referans birimleri rahat belirleyememe	Zorunlu özellikler	Cevapla eşleşen çizim	Çözüm yöntemi kullanma		
Çarpma	%22 (31)	%5 (7)	%15 (21)	%2 (3)	%6 (9)	%5 (7)	%46 (66)
Bölme	%25 (36)	%12 (17)	%6 (9)	%1 (1)	%7 (10)	%1 (1)	%47 (67)

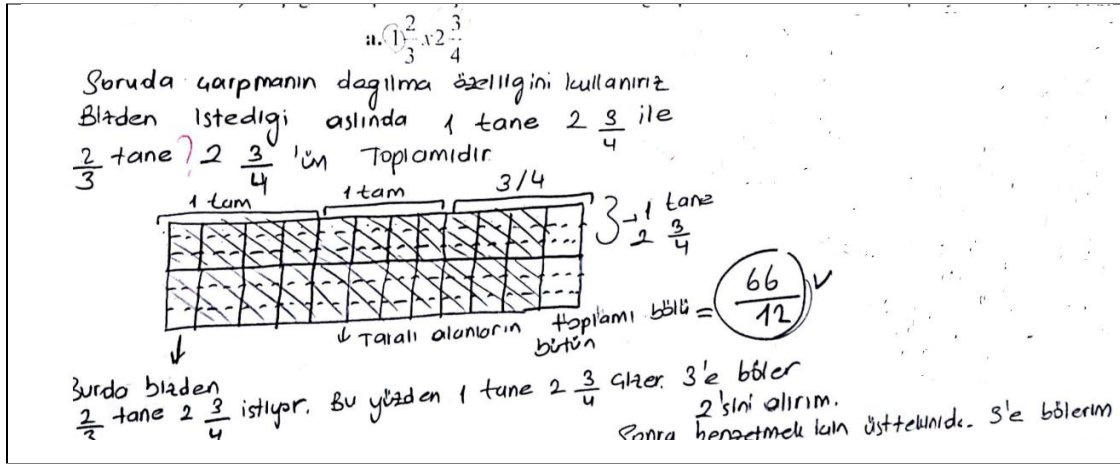
Örnek vermek gerekirse, öğretmen adayı Elif'in bölme işlemine yönelik modellemesi, referans birimleri dikkate alma ancak referans birimleri rahat belirleyememe stratejisine girmektedir (bkz. Şekil 1). Bu örnekte Elif birinci kesrin içinde ikinci kesri araması gerektiğinin farkındadır ve bütünü 12 eş parçaya ayırarak ve ardından sekizerli eş parça gruplarını sayarak doğru mantık geliştirebilmiştir; ancak kalan parçaların hangi referans birimi gerektirdiğini bulamamış ve işlemin doğru sonucuna ulaşamamıştır.



ŞEKİL 1. Elif'in bölme işlemi için alan modeli gösterimi

Aynı öğretmen adayı yazılı görüşme protokolünde kesirlerde bölme işleminde hangi modelleme yöntemini tercih ettiği sorusuna verdiği yanıtta şunu yazmıştır: "Bölmede ikinci kesri ters çevirip çarpma yöntemini tercih ediyorum." Her ne kadar aday kesirlerde bölme işleminde ters çevirip çarpma yöntemini tercih ettiğini ifade etse de, modelleme yapması istendiğinde -adayın bölme işlemi için oluşturduğu alan modeli ve açıklamasında da görüldüğü üzere- bunu gerçekleştirebilmiştir. Bu durum adayın kesirlerde bölme işleminin anlamını kısmen de olsa bildiğini göstermektedir. Bu örnekte görüldüğü üzere, adayın işlemi devam ettirememesinin olası nedeninin referans birimi belirlemede bölme işlemindeki mantığı karıştırması olabileceği düşünülmektedir.

Tablo 3'te belirtildiği üzere, referans birimlerin dikkate alınmadığı durumlarda ise (çarpma için toplamda %23 ve bölme için %14'lük oranlarla) çarpmada adayların en fazla zorunlu özellikleri belirleme stratejisini, bölmede ise çözüm yöntemi kullanma stratejisini tercih ettikleri belirlenmiştir. Örneğin, çarpma işleminde referans birimi dikkate al(a)mayıp doğru modelleme yapamayan öğretmen adayı Zeynep Şekil 2'deki gibi bir strateji geliştirmiştir (zorunlu özellikleri belirleme stratejisi):



ŞEKİL 2. Zeynep'in çarpma işlemi için alan modeli gösterimi

Bu örnekten öğretmen adayının kesirlerde çarpma işleminin anlamını kavrayamadığı ve adayın taralı alanların toplamını bütünün eş parçalarına bölmeye çalışarak sonuca ulaşmaya çalıştığı söylenebilir. Öğretmen adayı ikinci kesirden 1 tane ve bu kesrin 3'te 2'si kadar daha parça elde etmesi gerektiğinin farkında değildir. Bununla birlikte Zeynep, işlemi 3'te 2 tane 2 tam 4'te 3 şeklinde tanımlamış ve işlemi anlamlandıramayarak kesirlerde çarpma mantığından uzaklaşmıştır. Bu adayın yazılı görüşme protokolüne verdiği yanıtlara bakıldığında da aşırı genelleme yaptığı görülmektedir. Zeynep iki kesrin çarpımından ne anladığı sorusuna, "İki kesrin çarpımı, ikinci kesrin birinci kesir kadar katını almaktır" şeklinde yanıt vermiştir. Ayrıca yazılı görüşme protokolünde verdiği örnekte 4'te 3 kesri ile 6'da 5 kesrinin çarpılması durumunda 3 tane 5'i 4 tane 6'ya bölmeye çalışması gerektiğini ifade etmiştir. Zeynep kesirlerde çarpma zorlanmasının

ana nedenini bir örnek üzerinden şu şekilde açıklamaktadır: “Örneğin $2 \times \frac{3}{4}$ işlemi 2 tane $\frac{3}{4}$ 'ü yan yana çizmeyi ifade eder, ancak $\frac{1}{3}$ tane $\frac{3}{4}$ dediğinde kaç tane $\frac{3}{4}$ 'ün toplamı olayında karışıklık olur.” Hem alan modeli gösteriminden hem de açıklamalarından anlaşılacağı üzere, bu öğretmen adayının doğal sayılardaki çarpma işlemi mantığını aşırı genellemek suretiyle kesirlerde kavramsal anlamadan uzaklaştığı söylenebilir.

Çarpma işleminin yanı sıra, bölme işleminde referans birimi dikkate almayan ve algoritmadan yararlanmayı tercih eden öğretmen adayı Kemal'in yanıtı ise Şekil 3'teki gibidir (çözüm yöntemi kullanma stratejisi):

Handwritten mathematical work showing a student's attempt to solve a division problem using area models. The problem is $2 \frac{1}{4} : \frac{2}{3}$. The student uses two different area models. In the first, they represent $2 \frac{1}{4}$ as a large rectangle divided into 2 units of $\frac{1}{4}$ each, and $\frac{2}{3}$ as a smaller rectangle. They then try to fit the smaller rectangles into the larger one. In the second, they convert $2 \frac{1}{4}$ to $\frac{9}{4}$ and $\frac{2}{3}$ to $\frac{2}{3}$, then multiply both by 12 to get $\frac{27}{12} : \frac{8}{12} = \frac{27}{8}$. They also use a third area model showing 3 units of $\frac{3}{8}$ each, which equals $\frac{27}{8}$.

ŞEKİL 3. Kemal'in bölme işlemi için alan modeli gösterimi

Şekil 3'te, öğretmen adayının kesirlerde bölme işleminde referans birimi dikkate almadığı, bunun yerine algoritmadan yararlanarak ulaştığı sonuca uygun modellemeyi örneklediği görülmektedir (cevapla eşleşen çizim stratejisi). Kemal'in yazılı görüşme protokolüne verdiği yanıtlar incelendiğinde de adayın, örneğin “Bir kesrin bir kesre bölümünde daha küçük bir sonuç çıkması gerekir” ifadesiyle kesirlerde bölme mantığını kavrayamadığı görülmektedir. Kemal bölme işlemini açıkladığı başka bir örnekte ise her bir kesri ayrı ayrı alan modeli ile göstermiş ve işlem mantığını kavrayamadığından referans birimi belirleme aşamasına geçememiştir.

Sonuç olarak, yukarıda verilen örneklerden de anlaşılacağı üzere öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerini modellerken referans birimleri belirleyebilme ve kullanabilme becerilerindeki eksiklik, kesirlerde doğru işlem yapabilmelerini olumsuz etkilemektedir.

Öğretmen Adaylarının Kesirlerde Çarpma ve Bölme İşlemlerini Doğru Modelleyebilme Oranları ve Tercih Ettikleri Modeller

Öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemleri için oluşturdukları modellere verdikleri yanıtlar incelendiğinde, adayların kesirlerde çarpma işlemlerinin %26'sını doğru, %16'sını yarı doğru, %46'sını yanlış modellediği ve %12'sini boş bıraktığı; kesirlerde bölme ise %24'ünü doğru, %7'sini yarı doğru, %47'sini yanlış modellediği ve %22'sini de boş bıraktığı görülmektedir. Tablo 4'te ilgili yüzde ve frekans değerleri sunulmaktadır.

Tablo 4. Adayların işlemleri doğru modelleyebilme yüzdeleri ve frekansları

	Doğru modelleme (%, f)	Yarı-doğru modelleme (%, f)	Yanlış modelleme (%, f)	Boş (%, f)
Çarpma	%26 (37)	%16 (23)	%46 (65)	%12 (17)
Bölme	%24 (34)	%7 (10)	%47 (67)	%22 (31)

Öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemleri için tercih ettikleri stratejiler incelenirken göze çarpan bir detay ise öğretmen adaylarının kullandıkları modeller olmuştur. Matematik Öğretimi I dersi kapsamında tüm modelleme yöntemlerine (alan modeli, set/küme modeli, uzunluk modeli) eşit derecede yer verilmesine rağmen, adayların çarpma ve bölme

işlemleri için oluşturdukları modeller incelendiğinde, genellikle modelleme tercihlerinin alan modeli (dörtgensel alan) olduğu belirlenmiştir.

Tablo 5. Adayların işlemleri yaparken kullandıkları modeller

	Alan modeli (%, f)		Set/küme modeli (%, f)	Uzunluk modeli (%, f)	Boş (%, f)
	Dörtgensel	Dairesel			
Çarpma	%86 (117)	%3(4)	%3 (4)	%0 (0)	%13 (18)
Bölme	%62 (88)	%10(14)	%6 (8)	%0,7 (1)	%22 (31)

Tablo 5'e göre, adayların büyük çoğunluğunun çarpma ve bölme işlemlerinde alan modelini tercih ettikleri (sırasıyla %89 ve %72) görülmektedir. Bunlar içinde de çarpma ve bölme işlemleri için sırasıyla %86 ve %62'sinin dörtgensel, %3 ve %10'unun dairesel alan modelini kullandıkları görülmüştür. Çarpma işleminde adayların yalnızca %3'ü set/küme modelini tercih ederken, bu tercih bölme işleminde %6 olmuştur. Çarpma işleminde uzunluk modelini tercih eden aday yokken, bölme işleminde yalnızca 1 aday bu modeli tercih etmiştir. Modelleme yap(a)mayarak soruları yanıtsız bırakan adayların yüzdeleri ise çarpma ve bölme işlemleri için sırasıyla %13 ve %22'dir.

Adaylara yazılı görüşme protokolünde dörtgensel alan modelini neden tercih ettikleri sorulduğunda, adaylar çoğunlukla bu alan modelinde parça-bütün ilişkisini daha rahat görebildiklerini ve bu modeli kendileri ve öğrencileri açısından daha açık ve anlaşılır bulduklarını ifade etmişlerdir. Dairesel alan modeli ve set/küme modelini çok az sayıda öğretmen adayı tercih etmiştir. Bunlar içinde doğru modelleme yapabilme oranlarına bakıldığında dairesel alan modelinde çarpma işleminde doğru cevap veren aday bulunmazken bölmede 5 kişinin doğru modelleme yapabildiği, set/küme modelinde ise yine çarpma işlemini doğru modelleyen aday bulunmazken bölme işlemini yalnızca 1 adayın doğru modelleyebildiği görülmüştür. Uzunluk modelini ise çarpmada hiçbir aday tercih etmezken bölmede yalnızca bir aday tercih etmiştir. Bu aday da uzunluk modelini ikinci kesri ters çevirip birinci kesir ile çarptıktan sonra bu kesirleri sayı doğrusu üzerinde göstermek amacıyla kullanmış ve işlem sonucuna model üzerinden ulaşamamıştır.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmanın amacı, kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik sınıf öğretmeni adaylarının kavramsal anlamalarını incelemek ve adayların yaptıkları modellemeler ve açıklamalar üzerinden referans birimleri belirleyebilme durumlarını tespit etmektir. Bulgular, genel olarak adayların referans birimleri belirlemede zorlandıklarını ve işlemlerde kavramsal anlama eksikliği nedeniyle hatalar yaptıklarını göstermektedir. Ayrıca adayların çoğunluğu işlemleri doğru modelleyememekte ve çözüm yöntemlerinde dörtgensel alan modelini tercih etmektedir.

Daha önce de belirtildiği gibi, alan yazın öğretmen/öğretmen adaylarının kesirler ve kesirlerde işlemler konusunda bilgilerinin yetersiz olabildiğine işaret etmektedir (Armstrong ve Bezuk, 1995; Ball, 1990; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Ma, 1999; Rosli ve diğerleri, 2013; Zembat, 2007). Örneğin, Rosli ve diğerlerinin (2013) çalışma bulguları öğretmen adaylarının kavramsal anlamalarının işlemsel anlamalarına kıyasla çok daha düşük olduğunu göstermektedir. Zembat'ın (2007) çalışma bulguları da öğretmen adaylarının kesirler, kesirlerde bölme ve birimlere yönelik kavramsal anlama eksikliklerinin olduğuna işaret etmektedir. Lamberg ve Wiest'in (2015) öğretmenlerin kesirlerde bölmede alan modelinin kullanımına yönelik bilgilerini incelediği çalışmasında da öğretmenlerin referans birimleri belirlemede yaşadıkları zorluklara dikkat çekilmektedir. Bu çalışmada da adayların kavramsal anlamalarına işaret eden kesirlerde işlemlerde referans birimi doğru bir şekilde belirleyebilme becerilerinin %20'lerde seyrettiği görülmüştür (çarpmada %22, bölmede %25). Bu bulgu, Lee'nin (2017) çalışma bulguları ile paralellik göstermektedir. Lee'nin (2017) öğretmen adaylarıyla gerçekleştirdiği çalışmasında adayların yalnızca %12'sinin referans birimleri rahat bir şekilde belirleyebildiği görülmüştür. Lee

ve diğerlerinin (2011) belirttiği gibi, öğretmenlerin işlemlerde referans birimi dikkate alma ve rahat bir şekilde belirleme/kullanabilme becerileri, modellemeleri anlayabilme ve yorumlayabilme başarılarını doğrudan etkilemektedir. Daha önce de belirtildiği gibi, referans birimi belirlemede zorluk yaşayan öğretmenlerin geliştirdikleri stratejiler sınırlı genellenebilirliğe sahip olup işlemlerde hata yapmalarına yol açmaktadır (Lee ve diğerleri, 2011).

Öğretmen adaylarının kesirlerde işlem mantığını kavrayabilmeleri ve ileride öğrencilerine etkili bir şekilde öğretebilmeleri için adaylara referans birimlere yönelik akıl yürütme becerisinin kazandırılması önemlidir (Lee, 2017). Lee'nin (2017) çalışma bulguları uygun modelleme yapabilen adayların çözümlerinin her zaman doğru olduğuna işaret etmektedir. O halde, üzerinde önemle durulması gereken nokta, öğretmen/öğretmen adaylarının kesirlerde işlemlerde referans birimleri doğru ve rahat bir şekilde belirleyebilme becerilerinin geliştirilmesi gerektiğidir. Daha önce de belirtildiği gibi, alan yazın öğretmen/öğretmen adaylarının kesirlerde işlemleri yapabilseler de çoğunlukla işlemin altında yatan matematiksel anlamı açıklayamadıklarına işaret etmektedir (Ball, 1990; Izsak, 2008; Sowder ve diğerleri, 1998'den aktaran Izsak, 2008). Oysaki öğretmenlerin kesirlerde işlemleri kavramsal olarak anlamlandırmaları, ileride öğrencilerinin bu kavramları anlayabilmeleri için şarttır (McDiarmid ve Wilson, 1991). Öğretmen yetiştirme sürecinde öğretmen adaylarının yaşadıkları zorluklar göz önünde bulundurularak, işlemlerin kavramsal olarak ne ifade ettiği üzerinde daha fazla durulması ve işlemlerin altında yatan mantığın daha iyi bir şekilde kavratılması gerekmektedir. Bu noktada, öğretmen eğitiminde işlemsel anlamının ötesinde kavramsal anlamının üzerinde daha fazla ve ısrarla durulması gerekliliği bir kez daha ortaya çıkmaktadır.

Çalışma bulguları –alan yazına paralel şekilde- öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik işlemleri doğru modelleyebilme oranlarının %20'lerde kaldığını göstermektedir (çarpmada %26, bölmede %24). Bu bulgu, adayların kesirlerde kavramsal anlamadan uzaklaştığına işaret etmektedir. Bu noktada, doğal sayılarda çarpma işleminin modellenmesinde tekrarlı toplama, çarpımsal karşılaştırma, kartezyen çarpım ve alan modeli gibi çeşitli modellemelerden yararlanıldığı hatırlatılmalıdır (Azim, 1995'ten aktaran Işıksal ve Çakıroğlu, 2011). Azim'e (1995) göre doğal sayılarda yararlanan modellemeler kesirlere uygulanmak istendiğinde, çarpmanın yeniden kesirlere yönelik yorumlanması gerekmektedir (aktaran Işıksal ve Çakıroğlu, 2011). Çalışma bulguları öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemini doğal sayılarda çarpma ve bölme mantığıyla ele aldıklarında hata yaptıklarına işaret etmektedir (zorunlu özellikleri belirleme stratejisinin kullanımı). Paralel şekilde, Işık'ın (2011) son sınıf ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik kavramsal anlamalarını incelediği çalışmasında, adayların kesrin kesre bölümüne ilişkin problemlerde ölçme/gruplama mantığını göz ardı ettikleri ve bunun sonucunda da kavramsal anlamada güçlük yaşadıkları görülmüştür. Bölen kesre doğal sayı anlamı yükleyip eşit paylaşım yapmaya çalışan adaylar bölme işlemine yönelik anlamlı problem kurmada zorlanmışlardır. Zembat'ın (2007) çalışmasında da bazı öğretmen adaylarının kesirlerde bölmeye yönelik problem kurarken gruplamalı bölme yapmayı paylaşım/parçalamalı bölme yapmayı tercih ettikleri ve anlamlı problem kurmada sorun yaşadıkları görülmektedir. Olkun ve Toluk-Uçar'ın (2007) belirttiği gibi kesrin kesre bölümünde bölmenin ölçme anlamının ele alınması daha uygundur. O halde, kesirlerde çarpma ve bölme işlemleri yapılırken işlemlerin altında yatan mantığın kesirlere uyarlanarak tekrar ele alınması ve doğal sayılarda geçerli olan işlem mantığının öğretmen adayları tarafından aşırı genellenmesinin önüne geçilmesi gerekmektedir. Bu noktada da yine referans birimlerin kullanılabilmesinin önemi bir kez daha ortaya çıkmaktadır.

Çalışmanın bir diğer bulgusu öğretmen adaylarının ağırlıklı olarak kesirlerde işlemleri modellemede alan modelinden, bunlar içinde de dörtgensel alan modelinden yararlandıklarını; dairesel alan ve set/küme modelini çok az sayıda adayın tercih ettiğini ve uzunluk modelini kullanmadıklarını ortaya koymaktadır. Bu bulgular, Ni'nin (2001) bulguları ile uyum içerisindedir. Ni (2001) çalışmasında alan modelinde en yüksek performansı gösteren öğrencilerin set/küme modelinde daha düşük, uzunluk modelinde ise en düşük performansı sergilediklerini belirtmiştir. Paralel şekilde, Tayvan ve Amerika'daki öğretmen adaylarının kesirler ve kesirlerde işlemlere yönelik bilgilerinin karşılaştırıldığı bir çalışmada da bulgular

Amerika'daki öğretmen adaylarının en fazla alan modelini tercih ettiklerini ve özellikle uzunluk modelinde sıkıntı yaşadıklarını göstermektedir (Luo, Lo ve Leu, 2011). Bu noktada Lee ve diğerleri (2011) öğretmenlerin modelleme ve modelleri yorumlama becerilerinin alan modellerinin ötesine taşınması gerektiğine dikkat çekmektedir. Araştırmacılar, öğretmenlerin uzunluk modelinin kullanımında alan modeline göre çok daha fazla zorlandıklarını ve alan modeli içerisinde de çarpmada ortak alanların çakıştırılmasına yönelik gösterimin dışında diğer gösterimlerde zorluk yaşadıklarını ifade etmektedir (Lee ve diğerleri, 2011). Bu durum, öğretmenlerin kavramsal anlamalarındaki eksikliğe işaret ederken, öğrenci modellemelerini yorumlama becerilerini ve dolayısıyla da öğrenci fikirlerini destekleme kapasitelerini olumsuz yönde etkilemektedir. Öğretmen yetiştirme sürecinde ve izleyen öğretmen eğitimlerinde öğretmen adayları ve öğretmenlere farklı gösterimlerin daha yoğun bir şekilde önerilmesi ve yorumlatılması kavramsal anlamının gerçekleşmesi ve sağlamlaşması anlamında gereklidir.

Sonuç olarak, Rathouz'un (2011) da altını çizdiği gibi, öğretmen adaylarının modelleme türlerini ve bunlar altında yatan mantığı anlayabilmeleri noktasında desteklenmeleri önemlidir. Erdem ve diğerlerinin (2015) de vurguladığı gibi erken dönemden itibaren kesirlerin öğretiminde modelleme yönteminin kullanılması kesirlerde işlemlerin mantığının kavranmasında önemlidir ve bu noktada üniversite düzeyinde öğretmen adaylarına kesirlerde modelleme yönteminin kazandırılması gereklidir. İşlem sonucundan ziyade işlem sürecine odaklanabilecek ve öğrenci anlamalarını değerlendirebilecek bir öğretmenin modelleme yöntemine hâkim ve kavramsal anlama geliştirmiş olması gereklidir. Bu noktada, öğretmen yetiştirme sürecinde öğretmen adaylarına Matematik Öğretimi I ve II, Özel Öğretim Yöntemleri I ve II derslerinin yanı sıra açılacak seçmeli derslerle de destek sağlanmasının faydalı olacağı düşünülmektedir. Sınıf Öğretmenliği bölümünde Matematik Öğretimi derslerinin içeriklerinin çok yoğun olduğu ve kesirler ve kesirlerde işlemlerin ancak 1-2şer haftalık ders sürecinde tamamlanması gerektiği dikkate alınırsa, destekleyici derslerin açılmasının önemi daha net anlaşılacaktır. Kesirler ve kesirlerde işlemlere yönelik farklı modelleme türlerinin öğretime yönelik açılacak derslerle adayların referans birimleri daha iyi kavramaları, bunlar üzerine tartışma fırsatları yakalamaları ve ezber kurallardan uzaklaşarak kavramsal anlamalarının geliştirilmesi mümkün olabilecektir. Adayların ileride aynı şekilde öğrencilerine bu tür fırsatları tanıyacakları göz önünde bulundurulursa, onlara daha fazla akıl yürütme ve fikirlerini tartışma fırsatları sunulmasının ve farklı gösterimler arasında ilişki kurabilmelerine yönelik ortamlar oluşturulmasının kavramsal anlamalarının geliştirilmesi açısından önemli olduğu düşünülmektedir.

Bu çalışmada bazı sınırlılıklar da söz konusudur. Öğretmen adaylarına verilen işlemlerin yapısının referans birimleri dikkate alma durumlarını negatif anlamda etkilemesi söz konusu olabilir. Verilen çarpma işlemi iki tam sayılı kesrin çarpımına yönelik olup iki basit kesrin çarpımından daha karmaşık bulunmuş olabilir. Kesirlerde bölme işleminde ise ikinci kesrin paydasının birinci kesrin paydasından farklı olması ve katı olmaması nedeniyle adayların bütünü tekrar bölmesi gerektiğinden zorlanmış olmaları ihtimali vardır. İzleyen çalışmalarda seçilecek kesirlerin yapısına ve farklı zorluk seviyelerinde işlemler sunulmasına dikkat edilebilir. Bunun da ötesinde Lee'nin (2017) de önerdiği gibi adaylardan modellemelerini öğrencilere açıklama yapar gibi anlatmalarını isteyerek PAB'lerinin net bir şekilde ortaya konması sağlanabilir. Ayrıca izleyen çalışmalarda yalnız yazılı dokümanların analizi ile yetinilmeyip katılımcılarla yüz yüze görüşmeler yapılması ile öğretmen adaylarının düşünme yapılarının daha detaylı incelenmesi önerilmektedir.

KAYNAKÇA

- Altay, M. K., & Erhan, G. K. (2017). Pre-service elementary mathematics teachers' informal strategies for multiplication and division of fractions. *Başkent University Journal of Education*, 4(2), 136-146.
- An S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145-172.

- Armstrong, B. E. & Bezuk, N. (1995). Multiplication and division of fractions: The search for meaning. In J. T. Sowder & B. Schappelle (Eds.). *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades* (pp. 85-119). Albany, NY: SUNY Press.
- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 132-144.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*, (pp. 91-125). New York: Academic Press.
- Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C., Underhill, R., Jones, D., & Agard, P. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novice teachers and their instructors give up too easily? *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), 194-222. doi: 10.2307/749118
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6th ed.). Routledge.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. US: Sage Publications.
- Erdem, E., Gökkurt, B., Şahin, Ö., Başibüyük, K., & Soylu, Y. (2015). Examining prospective middle school mathematics teachers' modelling skills of multiplication and division in fractions. *Croatian Journal of Education*, 17(1), 11-36. doi: 10.15516/cje.v17i1.830
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Soylu, C. (2013). Examining pre-service teachers' pedagogical content knowledge on fractions in terms of students' errors. *International Online Journal of Educational Sciences*, 5(3), 719-735.
- Harel, G. & Behr, M. (1995). Teachers' solutions for multiplicative problems. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 3, 31-51.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42, 371-406.
- Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmenleri adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 231-243.
- Işık, C., & Kar, T. (2012). An error analysis in division problems in fractions posed by pre-service elementary mathematics teachers. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 12(3), 2303-2309.
- Işıksal, M. (2006). *A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions* (Yayınlanmamış doktora tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Işıksal, M. & Çakıroğlu, E. (2011). The nature of prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge: The case of multiplication of fractions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 213-230. <https://doi.org/10.1007/s10857-010-9160-x>
- Izsak, A. (2008). Mathematical knowledge for teaching fraction multiplication. *Cognition and Instruction*, 26(1), 95-143.
- Jacobson, E., & Izsák, A. (2015). Knowledge and motivation as mediators in mathematics teaching practice: The case of drawn models for fraction arithmetic. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(5), 467-488. <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9320-0>
- Kılcan, S. A. (2006). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölmeye ilişkin kavramsal bilgi düzeyleri [The levels of elementary mathematics teachers' conceptual knowledge of the division with fractions]* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.
- Lamberg, T., & Wiest, L. R. (2015). Dividing fractions using an area model: A look at in-service teachers' understanding. *Mathematics Teacher Education and Development*, 17(1), 30-43.
- Lee, M. Y. (2017). Pre-service teachers' flexibility with referent units in solving a fraction division problem. *Educational Studies in Mathematics*, 96(3), 327-348. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9771-6>

- Lee, S. J., Brown, R. E., & Orrill, C. H. (2011). Mathematics teachers' reasoning about fractions and decimals using drawn representations. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(3), 198-220. doi: 10.1080/10986065.2011.564993
- Leymun, Ş. O., Odabaşı, H. F., & Yurdakul, I. K. (2017). Eğitim ortamlarında durum çalışmasının önemi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 5(3), 367-385.
- Luo, F., Lo, J., & Leu, Y. (2011). Fundamental fraction knowledge of preservice elementary teachers: A cross-national study in the United States and Taiwan. *School Science and Mathematics*, 111(4), 164-177. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00074.x>
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- McDiarmid, G. W., & Wilson, S. M. (1991). An exploration of the subject matter knowledge of alternate route teachers: Can we assume they know their subject? *Journal of Teacher Education*, 42(2), 93-103. <https://doi.org/10.1177/002248719104200203>
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Neuendorf, K. A. (2002). *The content analysis guidebook*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Ni, Y. (2001). Semantic domains of rational numbers and the acquisition of fraction equivalence. *Contemporary Educational Psychology*, 26(3), 400-417. <https://doi.org/10.1006/ceps.2000.1072>
- Olanoff, D., Lo, J., & Tobias, J. (2014). Mathematical content knowledge for teaching elementary mathematics: A focus on fractions. *The Mathematics Enthusiast*, 11(2), 267-310.
- Olkun, S., & Toluk-Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (3. Baskı). Ankara: Maya Akademi.
- Rathouz, M. (2011). Visualizing decimal multiplication with area models: Opportunities and challenges. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 2, 1-12.
- Rosli, R., Han, S., Capraro, R., & Capraro, M. (2013). Exploring preservice teachers' computational and representational knowledge of content and teaching fractions. *Journal of Korean Society of Mathematics Education*, 17(4), 221-241. doi: 10.7468/jksmed.2013.17.4.221
- Sezer, E. (2012). *Matematik öğretimi dersi kapsamında kullanılan yazma etkinliklerinin sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerine etkisinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Son, J. W., & Lee, J. E. (2016). Pre-service teachers' understanding of fraction multiplication, representational knowledge, and computational skills. *Mathematics Teacher Education and Development*, 18(2), 5-28.
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Talim Terbiye Kurulu (TTKB) (2015). *İlkokul matematik dersi (1, 2, 3 ve 4. sınıflar) öğretim programı*. <http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72>
- Tirosh, D., & Graeber, A. O. (1991). The effect of problem type and common misconceptions on preservice elementary teachers' thinking about division. *School Science and Mathematics*, 91, 157-163. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1991.tb12070.x>
- Toluk, Z. (2002). İlkokul öğrencilerinin bölme işlemi ve rasyonel sayıları ilişkilendirme süreçleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 19(2), 81-101.
- Unlu, M., & Ertekin, E. (2012). Why do pre-service teachers pose multiplication problems instead of division problems in fractions? *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 490-494. doi: 10.1016/j.sbspro.2012.05.148
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim*. S. Durmuş (Çev.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* (4th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Ek: Açık Uçlu Sorular

1. Kesir denince ne anlıyorsunuz?
2. İki kesrin çarpımı ne demek? Örnek üzerinden açıklayınız.
3. Bir kesrin bir tamsayıya bölümü ne demek? Örnek üzerinden açıklayınız.
4. Bir kesrin bir kesre bölümü ne demek? Örnek üzerinden açıklayınız.
5. Kesirlerde çarpma işleminde hangi modelleme yöntemini tercih ediyorsunuz? Neden?
6. Kesirlerde bölme işleminde hangi modelleme yöntemini tercih ediyorsunuz? Neden?
7. Kesirlerde çarpma yaparken nerelerde zorlanıyorsunuz? Açıklayınız.
8. Kesirlerde bölme yaparken nerelerde zorlanıyorsunuz? Açıklayınız.
9. Kesirlerde modelleme üzerinden işlem yaparken karşılaştığınız genel zorlukları açıklayınız.